CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

**WYPEŁNIA ZDAJĄCY**

KOD

PESEL

*Miejsce na naklejkę.*
*Sprawdź, czy kod na naklejce to* **M-100**.
*Jeżeli tak – przyklej naklejkę.*
*Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.*

# Egzamin maturalny *Formuła 2023*

# MATEMATYKA

## Poziom podstawowy

*Symbol arkusza*
MMAP-P0-**100**-2406

DATA: **4 czerwca 2024 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **46**

**WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

- ☐ dostosowania zasad oceniania
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią
- ☐ nieprzenoszenia odpowiedzi na kartę.

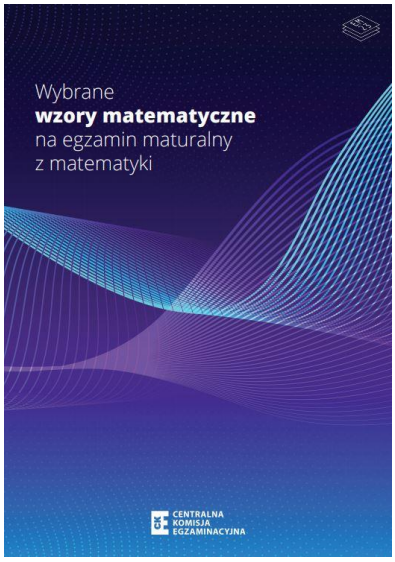
**Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym**

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.

Układ graficzny
© CKE 2022

## Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 31 stron (zadania 1–32). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Symbol zamieszczony w nagłówku zadania oznacza, że rozwiązanie zadania zamkniętego musisz przenieść na kartę odpowiedzi. Ocenie podlegają wyłącznie odpowiedzi zaznaczone na karcie odpowiedzi.
4. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
7. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
8. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
9. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
10. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.



**Zadania egzaminacyjne są wydrukowane na następnych stronach.**

## Zadanie 1. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba $2^{-1} \cdot 32^{\frac{3}{5}}$ jest równa

**A.** $(-16)$ **B.** $(-4)$ **C.** $2$ **D.** $4$

*Brudnopis*

## Zadanie 2. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba $\log_3\left(\frac{3}{2}\right) + \log_3\left(\frac{2}{9}\right)$ jest równa

**A.** $\log_3 \frac{31}{18}$ **B.** $\log_3 \frac{5}{11}$ **C.** $(-1)$ **D.** $\frac{1}{3}$

*Brudnopis*

## Zadanie 3. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba $\left(2\sqrt{10}+\sqrt{2}\right)^2$ jest równa

**A.** $22$ **B.** $42$ **C.** $42+4\sqrt{5}$ **D.** $42+8\sqrt{5}$

*Brudnopis*

## Zadanie 4. (0–1)

Klient wpłacił do banku na trzyletnią lokatę kwotę w wysokości $K_0$ zł. Po każdym rocznym okresie oszczędzania bank dolicza odsetki w wysokości $6\%$ od kwoty bieżącego kapitału znajdującego się na lokacie – zgodnie z procentem składanym.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Po trzech latach oszczędzania w tym banku kwota na lokacie (bez uwzględniania podatków) jest równa

**A.** $K_0 \cdot (1{,}06)^3$ **B.** $K_0 \cdot (1{,}02)^3$

**C.** $K_0 \cdot (1{,}03)^6$ **D.** $K_0 \cdot 1{,}18$

*Brudnopis*

## Zadanie 5. (0–2)

**Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $5n^3 - 5n$ jest podzielna przez $30$.**

## Zadanie 6. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba wszystkich całkowitych dodatnich rozwiązań nierówności

$$\frac{3x-5}{12} < \frac{1}{3}$$

jest równa

**A.** $2$ **B.** $3$ **C.** $5$ **D.** $6$

*Brudnopis*

## Zadanie 7. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Układ równań $\begin{cases} x-2y=3 \\ -4x+8y=-12 \end{cases}$

**A.** nie ma rozwiązań.

**B.** ma dokładnie jedno rozwiązanie.

**C.** ma dokładnie dwa rozwiązania.

**D.** ma nieskończenie wiele rozwiązań.

*Brudnopis*

## Zadanie 8. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Dla każdej liczby rzeczywistej $x$ różnej od: $(-1)$, $0$ i $1$, wartość wyrażenia $\frac{2x^2}{x^2-1} \cdot \frac{x+1}{x}$ jest równa wartości wyrażenia

**A.** $2x+2$ **B.** $\frac{2x}{x-1}$ **C.** $\frac{2x}{x^2-1}$ **D.** $\frac{2x^3+1}{x^3-1}$

*Brudnopis*

## Zadanie 9. (0–1)

Wielomian $W(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ jest iloczynem wielomianów $F(x) = (2-3x)^2$ oraz $G(x) = 3x - 2$.

**Uzupełnij poniższe zdanie. Wpisz odpowiednią liczbę w wykropkowanym miejscu tak, aby zdanie było prawdziwe.**

Suma $a+b+c+d$ współczynników wielomianu $W$ jest równa ……. .

*Brudnopis*

## Zadanie 10. (0–3)

**Rozwiąż równanie**

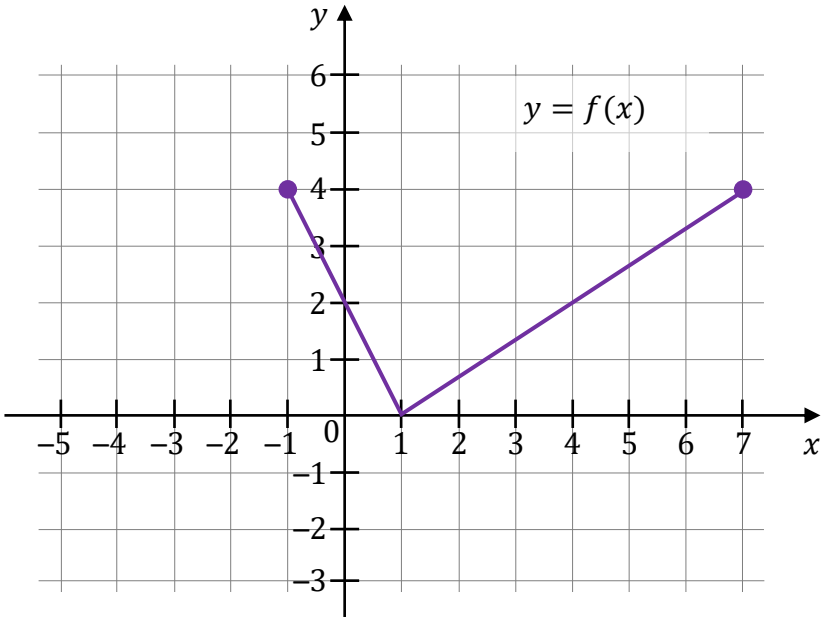
$$4x^3 - 12x^2 - x + 3 = 0$$

**Zapisz obliczenia.**

## Zadanie 11.

Na rysunku 1., w kartezjańskim układzie współrzędnych $(x, y)$, przedstawiono wykres funkcji $f$. Każdy z punktów przecięcia wykresu funkcji $f$ z prostą o równaniu $y = 2$ ma obie współrzędne całkowite.

**Rysunek 1.**




## Zadanie 11.1. (0–1)

**Uzupełnij poniższe zdanie. Wpisz odpowiedni przedział w wykropkowanym miejscu tak, aby zdanie było prawdziwe.**

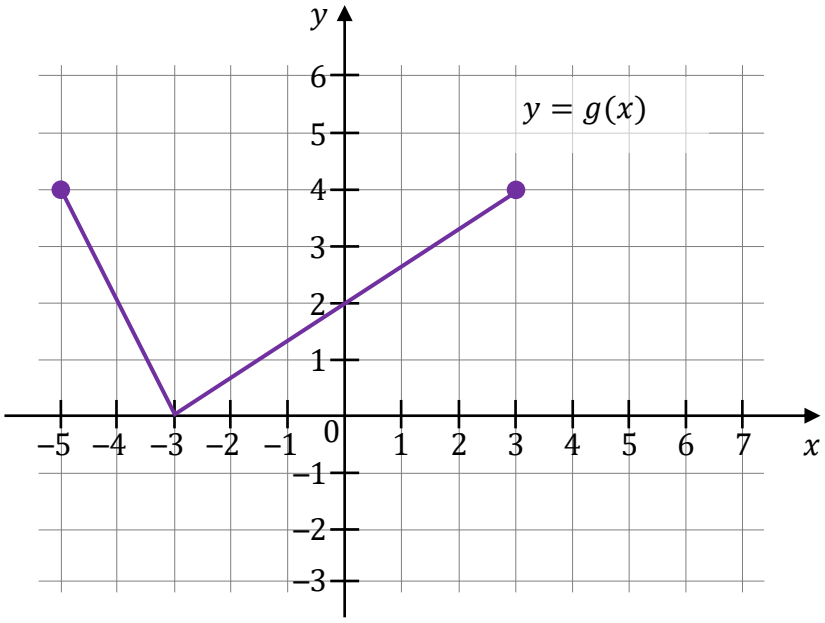
Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $f(x) \leq 2$ jest przedział …… .

*Brudnopis*

## Zadanie 11.2. (0–1)

Na rysunku 2., w kartezjańskim układzie współrzędnych $(x, y)$, przedstawiono wykres funkcji $g$, powstałej w wyniku przesunięcia równoległego wykresu funkcji $f$ wzdłuż osi $Ox$ o $4$ jednostki w lewo.

**Rysunek 2.**




**Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź A, B albo C oraz odpowiedź 1. albo 2.**

Funkcje $f$ i $g$ są powiązane zależnością

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **A.** | $g(x) = f(x+4)$ | oraz mają takie same | **1.** | dziedziny. |
| **B.** | $g(x) = f(x-4)$ | | **2.** | zbiory wartości. |
| **C.** | $g(x) = f(x) - 4$ | | | |

*Brudnopis*

## Zadanie 12. (0–1)

Funkcja $y = f(x)$ jest określona za pomocą tabeli

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $0$ | $3$ |

**Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.**

| | | |
|---|---|---|
| Funkcja $f$ ma dokładnie jedno miejsce zerowe. | **P** | **F** |
| W kartezjańskim układzie współrzędnych $(x, y)$ wykres funkcji $f$ jest symetryczny względem osi $Oy$. | **P** | **F** |

*Brudnopis*

## Zadanie 13. (0–1)

Liczba $2$ jest miejscem zerowym funkcji liniowej $f(x) = (3 - m)x + 4$.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba $m$ jest równa

**A.** $0$ **B.** $3$ **C.** $4$ **D.** $5$

*Brudnopis*

## Zadanie 14. (0–2)

Parabola, która jest wykresem funkcji kwadratowej $f$, ma z osiami kartezjańskiego układu współrzędnych $(x, y)$ dokładnie dwa punkty wspólne: $M = (0, 18)$ oraz $N = (3, 0)$.

**Wyznacz wzór funkcji kwadratowej $f$. Zapisz obliczenia.**

## Zadanie 15.

Funkcja kwadratowa $f$ jest określona wzorem $f(x) = -(x+1)^2 + 4$.

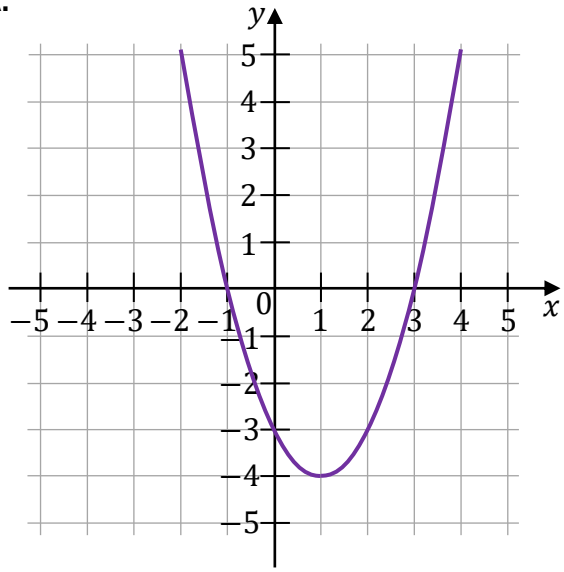
## Zadanie 15.1. (0–1)

Na jednym z rysunków A–D przedstawiono, w kartezjańskim układzie współrzędnych $(x, y)$, fragment wykresu funkcji $y = f(x)$.

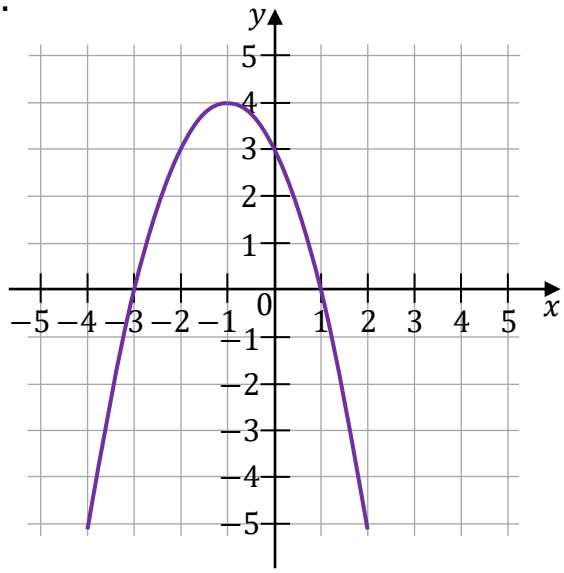
**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Fragment wykresu funkcji $y = f(x)$ przedstawiono na rysunku

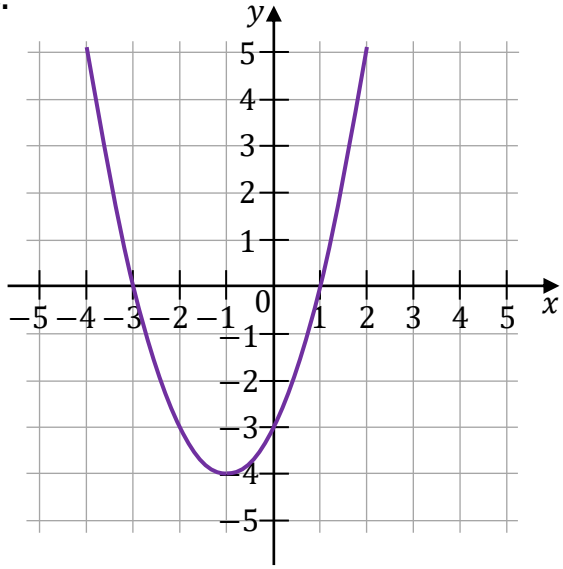
**A.**



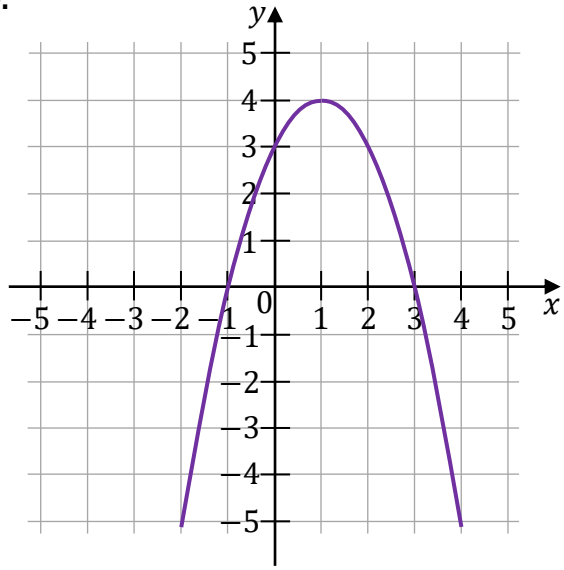

**B.**




**C.**




**D.**



## Zadanie 15.2. (0–1)

**Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.**

| | | |
|---|---|---|
| Wykres funkcji $f$ przecina oś $Oy$ kartezjańskiego układu współrzędnych $(x, y)$ w punkcie o współrzędnych $(0, 4)$. | **P** | **F** |
| Miejsca zerowe funkcji $f$ są równe: $(-3)$ oraz $1$. | **P** | **F** |

*Brudnopis*

## Zadanie 16.

Ciąg $(a_n)$ jest określony wzorem $a_n = 2 \cdot (-1)^{n+1} + 5$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

## Zadanie 16.1. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Suma dziesięciu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu jest równa

**A.** $3$ **B.** $7$ **C.** $50$ **D.** $100$

*Brudnopis*

## Zadanie 16.2. (0–1)

**Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.**

| | | |
|---|---|---|
| Ciąg $(a_n)$ jest malejący. | **P** | **F** |
| Ciąg $(a_n)$ jest geometryczny. | **P** | **F** |

*Brudnopis*

## Zadanie 17. (0–1)

W ciągu arytmetycznym $(a_n)$, określonym dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, dane są wyrazy: $a_1 = 7$ oraz $a_2 = 13$.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Wyraz $a_{10}$ jest równy

**A.** $(-47)$ **B.** $52$ **C.** $61$ **D.** $67$

*Brudnopis*

## Zadanie 18. (0–1)

Trzywyrazowy ciąg $(-1,\ 2,\ x)$ jest arytmetyczny.
Trzywyrazowy ciąg $(-1,\ 2,\ y)$ jest geometryczny.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczby $x$ oraz $y$ spełniają warunki

**A.** $x > 0$ i $y > 0$ **B.** $x > 0$ i $y < 0$

**C.** $x < 0$ i $y > 0$ **D.** $x < 0$ i $y < 0$

*Brudnopis*

## Zadanie 19. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba $1 + \cos^2 27°$ jest równa

**A.** $2 - \sin^2 27°$

**B.** $\sin^2 27°$

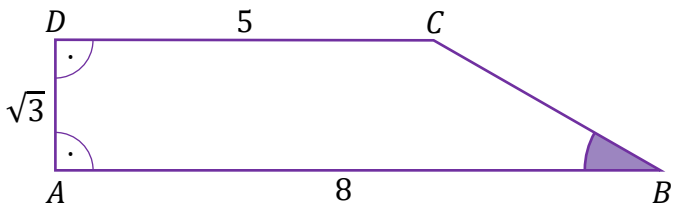
**C.** $2 + \sin^2 27°$

**D.** $2$

*Brudnopis*

## Zadanie 20. (0–1)

Podstawy trapezu prostokątnego $ABCD$ mają długości: $|AB| = 8$ oraz $|CD| = 5$. Wysokość $AD$ tego trapezu ma długość $\sqrt{3}$ (zobacz rysunek).




**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Miara kąta ostrego $ABC$ jest równa

**A.** $15°$

**B.** $30°$

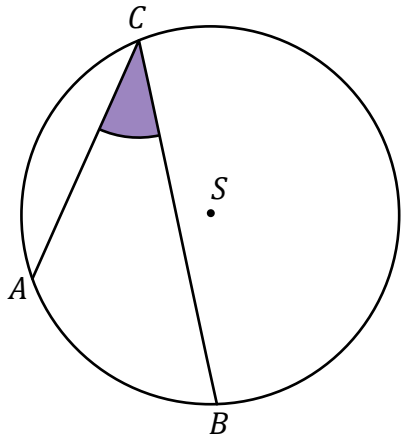
**C.** $45°$

**D.** $60°$

*Brudnopis*

## Zadanie 21. (0–1)

Punkty $A$, $B$ oraz $C$ leżą na okręgu o środku w punkcie $S$. Długość łuku $AB$, na którym jest oparty kąt wpisany $ACB$, jest równa $\frac{1}{5}$ długości okręgu (zobacz rysunek).




**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Miara kąta ostrego $ACB$ jest równa

**A.** $18°$ **B.** $30°$ **C.** $36°$ **D.** $72°$

*Brudnopis*

## Zadanie 22. (0–2)

Bok kwadratu $ABCD$ ma długość równą $12$. Punkt $S$ jest środkiem boku $BC$ tego kwadratu. Na odcinku $AS$ leży punkt $P$ taki, że odcinek $BP$ jest prostopadły do odcinka $AS$.

**Oblicz długość odcinka $BP$. Zapisz obliczenia.**

## Zadanie 23.

W kartezjańskim układzie współrzędnych $(x, y)$ dany jest okrąg $\mathcal{O}$ o równaniu

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$$

## Zadanie 23.1. (0–1)

**Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.**

| | | |
|---|---|---|
| Do okręgu $\mathcal{O}$ należy punkt o współrzędnych $(-1, -3)$. | **P** | **F** |
| Promień okręgu $\mathcal{O}$ jest równy $5$. | **P** | **F** |

*Brudnopis*

## Zadanie 23.2. (0–1)

Okrąg $\mathcal{K}$ jest obrazem okręgu $\mathcal{O}$ w symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Okrąg $\mathcal{K}$ jest określony równaniem

**A.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$

**B.** $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 5$

**C.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$

**D.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 5$

*Brudnopis*

## Zadanie 24. (0–4)

W kartezjańskim układzie współrzędnych $(x, y)$ dane są punkty $A = (2, 8)$ oraz $B = (10, 2)$. Symetralna odcinka $AB$ przecina oś $Ox$ układu współrzędnych w punkcie $P$.

**Oblicz współrzędne punktu $P$ <u>oraz</u> długość odcinka $AP$. Zapisz obliczenia.**

## Zadanie 25. (0–1)

Ostrosłup prawidłowy ma $2024$ ściany boczne.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba wszystkich krawędzi tego ostrosłupa jest równa

**A.** $2025$ **B.** $2026$ **C.** $4048$ **D.** $4052$

*Brudnopis*

## Zadanie 26. (0–1)

Przekątna ściany sześcianu ma długość $2\sqrt{2}$.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

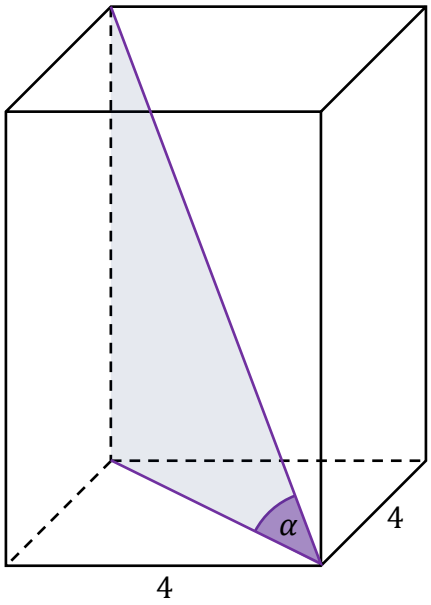
Objętość tego sześcianu jest równa

**A.** $8$ **B.** $24$ **C.** $\frac{16\sqrt{6}}{9}$ **D.** $16\sqrt{2}$

*Brudnopis*

## Zadanie 27. (0–1)

Podstawą graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest kwadrat o boku długości $4$. Przekątna tego graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $\alpha$ takim, że $\operatorname{tg}\alpha = 2$ (zobacz rysunek).




**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

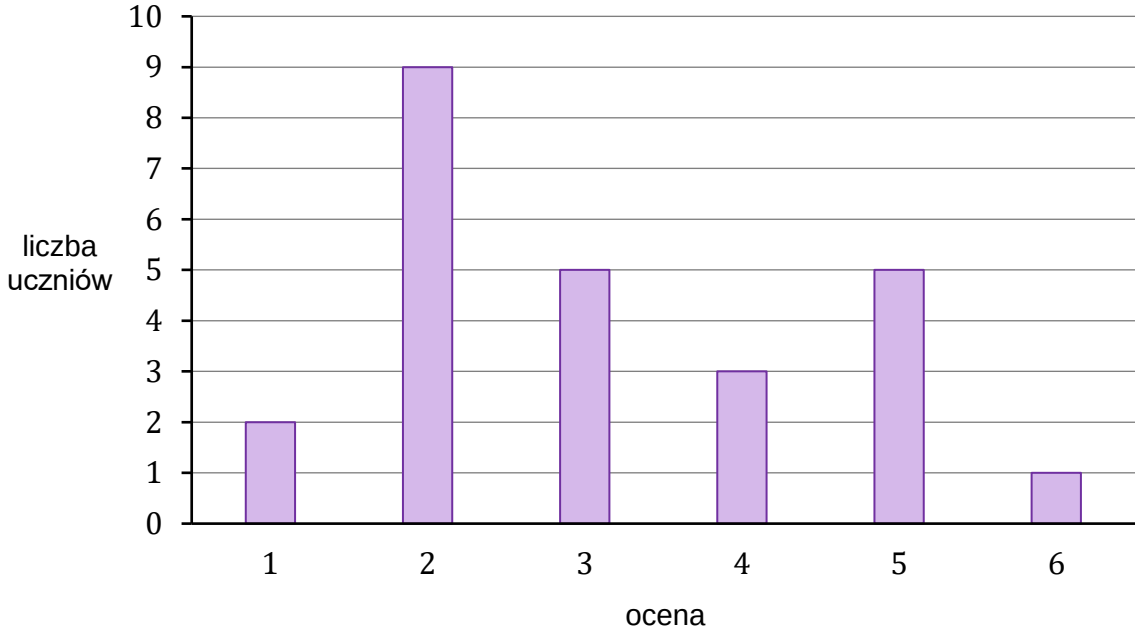
Wysokość tego graniastosłupa jest równa

**A.** $2$ **B.** $8$ **C.** $8\sqrt{2}$ **D.** $16\sqrt{2}$

*Brudnopis*

## Zadanie 28. (0–1)

Na diagramie przedstawiono wyniki sprawdzianu z matematyki w pewnej klasie maturalnej. Na osi poziomej podano oceny, które uzyskali uczniowie tej klasy, a na osi pionowej podano liczbę uczniów, którzy otrzymali daną ocenę.




**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Średnia arytmetyczna ocen uzyskanych z tego sprawdzianu przez uczniów tej klasy jest równa

**A.** $3$ **B.** $3{,}12$ **C.** $3{,}5$ **D.** $4{,}1(6)$

*Brudnopis*

## Zadanie 29. (0–1)

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych parzystych, w których zapisie dziesiętnym występują tylko cyfry $2$, $4$, $7$ (np.: $7272$, $2222$, $7244$), jest

**A.** $16$ **B.** $27$ **C.** $54$ **D.** $81$

*Brudnopis*

## Zadanie 30. (0–1)

W pudełku znajdują się wyłącznie kule białe i czarne. Kul czarnych jest $18$.
Z tego pudełka w sposób losowy wyciągamy jedną kulę.
Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wyciągniemy kulę czarną, jest równe $\frac{3}{5}$.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba kul białych w pudełku, przed wyciągnięciem jednej kuli, była równa

**A.** $9$ **B.** $12$ **C.** $15$ **D.** $30$

*Brudnopis*

## Zadanie 31. (0–2)

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ściance ma inną liczbę oczek – od jednego oczka do sześciu oczek.

**Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia $A$ polegającego na tym, że w pierwszym rzucie wypadnie większa liczba oczek niż w drugim rzucie. Zapisz obliczenia.**

## Zadanie 32. (0–2)

Właściciel sklepu z zabawkami przeprowadził lokalne badanie rynkowe dotyczące wpływu zmiany ceny zestawu klocków na liczbę kupujących ten produkt. Z badania wynika, że dzienny przychód $P$ ze sprzedaży zestawów klocków, w zależności od kwoty obniżki ceny zestawu o $x$ zł, wyraża się wzorem

$$P(x) = (70 - x)(20 + x)$$

gdzie $x$ jest liczbą całkowitą spełniającą warunki $x \geq 0$ i $x \leq 60$.

**Uzupełnij tabelę. Wpisz w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych literami A–E.**

| | | |
|---|---|---|
| **32.1.** | Dzienny przychód ze sprzedaży zestawów klocków będzie największy, gdy liczba $x$ jest równa | |
| **32.2.** | Dzienny przychód ze sprzedaży zestawów klocków będzie równy $800$ zł, gdy liczba $x$ jest równa | |

**A.** $25$ **B.** $30$ **C.** $45$ **D.** $50$ **E.** $60$

*Brudnopis*

**BRUDNOPIS** (nie podlega ocenie)

# MATEMATYKA

## Poziom podstawowy

*Formuła 2023*


# MATEMATYKA

## Poziom podstawowy

*Formuła 2023*

# MATEMATYKA

## Poziom podstawowy

*Formuła 2023*