Informator o egzaminie maturalnym

od 2008 roku

matematyka

Warszawa 2007

Opracowano w Centralnej Komisji Egzaminacyjnej
we współpracy z okręgowymi komisjami egzaminacyjnymi

SPIS TREŚCI

I. Wstęp 5
II. Podstawy prawne egzaminu 7
III. Matura w pytaniach uczniów 9
IV. Struktura i forma egzaminu 15
V. Wymagania egzaminacyjne 17
VI. Przykładowe arkusze i schematy oceniania 33
a) Poziom podstawowy 35
b) Poziom rozszerzony. 51

I. WSTĘP

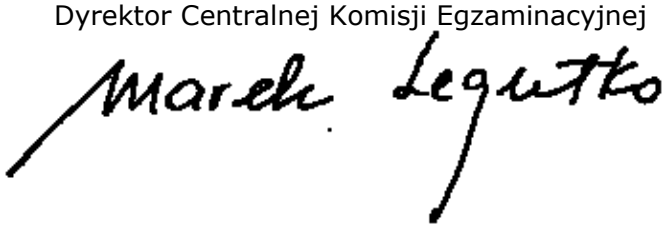
Standardy wymagań będące podstawą przeprowadzania egzaminu maturalnego ustalono w roku 2003. W tym samym roku opublikowano też informatory o egzaminie maturalnym zawierające opis zakresu egzaminu z danego przedmiotu (odnoszący się do standardów wymagań egzaminacyjnych), opis formy przeprowadzania i oceniania egzaminu (odnoszący się do zapisów rozporządzenia o ocenianiu i egzaminowaniu), a także przykłady zadań egzaminacyjnych. W związku ze zmianami rozporządzenia o ocenianiu i egzaminowaniu konieczna stała się aktualizacja odpowiednich zapisów w informatorach. Potrzeba aktualizacji wynikała też z doświadczeń zebranych podczas pierwszych edycji egzaminu maturalnego. We wrześniu 2006 roku ukazały się aneksy do informatorów zawierające niezbędne aktualizacje.

CKE podjęła inicjatywę wydania tekstu jednolitego informatorów z roku 2003, włączając wszystkie późniejsze aktualizacje. Dzięki temu każdy maturzysta może znaleźć wszystkie niezbędne i aktualne informacje o egzaminie maturalnym z danego przedmiotu, sięgając po jedną broszurę: **Informator o egzaminie maturalnym od roku 2008**. Podkreślić należy fakt, że informatory te opisują wymagania egzaminacyjne ustalone jeszcze w roku 2003, oraz że zawarto w nich opis formy egzaminu zgodny z prawem obowiązującym od 1 września 2007 roku. Forma przeprowadzenia egzaminu maturalnego od roku 2008 nie ulega zmianie w stosunku do matury w roku 2007.

Kierujemy do Państwa prośbę o uważne zapoznanie się z Informatorem, o staranne przeanalizowanie wymagań, jakie musi spełnić maturzysta wybierający dany przedmiot i wybierający dany poziom egzaminu. Od dojrzałego wyboru przedmiotu i poziomu egzaminu zależy sukces na maturze. Tylko dobrze zdany egzamin maturalny otwiera drogę na wymarzone studia. Pracownicy Centralnej Komisji Egzaminacyjnej i okręgowych komisji egzaminacyjnych służą pomocą w wyjaśnieniu szczegółowych kwestii związanych z egzaminem opisanym w tym Informatorze. Na pewno można liczyć też na pomoc nauczycieli i dyrektorów szkół.

Życzymy wszystkim maturzystom i ich nauczycielom satysfakcji z dobrych wyborów i wysokich wyników na egzaminie maturalnym.

Dyrektor Centralnej Komisji Egzaminacyjnej



II. PODSTAWY PRAWNE EGZAMINU

Podstawowym aktem prawnym wprowadzającym zewnętrzny system oceniania jest ustawa o systemie oświaty z 1991 roku wraz z późniejszymi zmianami (DzU z 2004 r. nr 256, poz. 2572 z późniejszymi zmianami).

Aktami prawnymi regulującymi przeprowadzanie egzaminów maturalnych są:

1. Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 30 kwietnia 2007 r. w sprawie warunków i sposobu oceniania, klasyfikowania i promowania uczniów i słuchaczy oraz przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów w szkołach publicznych. (DzU z 2007 r. Nr 83, poz. 562 z późniejszymi zmianami).

2. Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z dnia 10 kwietnia 2003 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów (DzU z 2003 r. Nr 90, poz. 846).

3. Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z dnia 5 marca 2004 r. w sprawie ramowego programu szkolenia kandydatów na egzaminatorów, sposobu prowadzenia ewidencji egzaminatorów oraz trybu wpisywania i skreślania egzaminatorów z ewidencji (DzU z 2004 r. nr 47, poz. 452 i DzU z 2006 r. nr 52, poz. 382).

III. MATURA W PYTANIACH UCZNIÓW

1. Co mi daje egzamin maturalny?	Nowy egzamin maturalny zapewnia: a) jednolitość zadań i kryteriów oceniania w całym kraju, b) porównywalność wyników, c) obiektywizm oceniania (kodowane prace maturalne, oceniane przez zewnętrznych egzaminatorów), d) rzetelność oceniania (wszystkie oceny są weryfikowane) e) możliwość przyjęcia na uczelnię bez konieczności zdawania egzaminu wstępnego.
2. Jakie są podstawowe zasady egzaminu maturalnego od roku 2007?	1. Egzamin maturalny sprawdza wiadomości i umiejętności określone w *Standardach wymagań egzaminacyjnych.* 2. Egzamin jest przeprowadzany dla absolwentów: a) liceów ogólnokształcących, b) liceów profilowanych, c) techników, d) uzupełniających liceów ogólnokształcących, e) techników uzupełniających. 3. Egzamin składa się z części ustnej, ocenianej przez nauczycieli w szkole i części pisemnej, ocenianej przez egzaminatorów zewnętrznych. 4. Harmonogram przebiegu egzaminów ustala dyrektor CKE i ogłasza go na stronie internetowej CKE.
3. Jakie egzaminy trzeba obowiązkowo zdawać na maturze?	1. Obowiązkowe są egzaminy z: a) języka polskiego – w części ustnej i pisemnej, b) języka obcego nowożytnego – w części ustnej i pisemnej, c) przedmiotu wybranego przez zdającego (zdawanego tylko w części pisemnej) spośród następujących przedmiotów: biologia, chemia, fizyka i astronomia, geografia, historia, historia muzyki, historia sztuki, matematyka, wiedza o społeczeństwie, wiedza o tańcu, a od roku 2009 również filozofia, informatyka, język łaciński i kultura antyczna. d) od roku 2010 matematyka będzie przedmiotem obowiązkowym dla wszystkich zdających. 2. Absolwenci szkół i oddziałów z nauczaniem języka danej mniejszości narodowej, oprócz obowiązkowych egzaminów wymienionych w punkcie 1., zdają dodatkowo egzamin z języka ojczystego w części ustnej i pisemnej.
4. Z jakich przedmiotów dodatkowych można zdawać maturę?	Absolwent może zdawać w danej sesji egzamin maturalny z jednego, dwóch lub trzech przedmiotów dodatkowych: a) języka obcego nowożytnego, innego niż obowiązkowy – w części ustnej i pisemnej, b) języka kaszubskiego – tylko w części ustnej lub tylko w części pisemnej lub w obu częściach, c) w części pisemnej z przedmiotów wymienionych w odpowiedzi 1c na pytanie 3., jeżeli nie wybrał ich jako przedmiotów obowiązkowych, a także z informatyki, języka łacińskiego i kultury antycznej.

5. Na jakim poziomie będzie można zdawać poszczególne egzaminy?	1. Egzaminy z przedmiotów **obowiązkowych** mogą być zdawane na poziomie podstawowym albo rozszerzonym z wyjątkiem części ustnej języka polskiego i języka mniejszości narodowej, które są zdawane na jednym poziomie, określonym w standardach wymagań egzaminacyjnych. 2. Egzamin z przedmiotów **dodatkowych** jest zdawany na poziomie rozszerzonym. 3. Wyboru poziomu egzaminu z danego przedmiotu obowiązkowego zdający dokonuje w pisemnej deklaracji składanej przewodniczącemu szkolnego zespołu egzaminacyjnego na początku nauki w klasie maturalnej i potwierdzonej do 7 lutego roku, w którym przystępuje do egzaminu.
6. Gdzie można zdawać maturę?	1. Maturę zdaje się we własnej szkole. 2. W szczególnych wypadkach może zaistnieć konieczność zdawania części ustnej egzaminu z języków obcych poza własną szkołą (np. z powodu braku nauczycieli danego języka). 3. Zdający, którzy ukończyli szkołę w latach poprzednich, a ich szkoła została zlikwidowana lub przekształcona, są kierowani do szkoły lub ośrodka egzaminacyjnego wyznaczonego przez komisję okręgową.
7. Kiedy można zdawać maturę?	1. Maturę można zdawać raz w roku, w maju, według harmonogramu ustalonego przez dyrektora Centralnej Komisji Egzaminacyjnej. 2. Osoby, które z poważnych przyczyn zdrowotnych lub losowych nie mogą przystąpić do egzaminu maturalnego z jednego lub więcej przedmiotów w wyznaczonym terminie, mogą w dniu egzaminu złożyć do dyrektora OKE wniosek za pośrednictwem dyrektora szkoły o wyrażenie zgody na przystąpienie przez nich do egzaminu z danego przedmiotu lub przedmiotów w terminie dodatkowym w czerwcu.
8. Jakie warunki muszą być zapewnione w sali egzaminacyjnej?	1. Sala, w której jest przeprowadzany egzamin, musi spełniać warunki określone w przepisach bhp i przepisach ppoż. 2. Do sali egzaminacyjnej, w której jest przeprowadzana część pisemna egzaminu maturalnego, nie można wnosić żadnych urządzeń telekomunikacyjnych ani korzystać z nich w tej sali, pod groźbą unieważnienia egzaminu. 3. Przy stoliku może siedzieć wyłącznie jeden zdający. 4. Na stolikach w trakcie pisania mogą znajdować się jedynie arkusze egzaminacyjne, przybory pomocnicze i pomoce dopuszczone przez dyrektora CKE. 5. Zdający chory lub niepełnosprawny w trakcie egzaminu może mieć na stoliku leki i inne pomoce medyczne przepisane przez lekarza lub konieczne ze względu na chorobę lub niepełnosprawność. 6. Posiłki dla zdających i egzaminatorów mogą być dostępne jedynie na zewnątrz sali egzaminacyjnej poza czasem przeznaczonym na egzamin, z wyjątkiem przypadków, o których mowa w pkt 5.

9. Jak powinien być zorganizowany egzamin?	1. W skład zespołu przedmiotowego przeprowadzającego egzamin ustny wchodzi dwóch nauczycieli, z których co najmniej jeden musi być zatrudniony w innej szkole. W skład zespołu nie może wchodzić nauczyciel uczący danego zdającego w klasie maturalnej. 2. W skład zespołu nadzorującego przebieg egzaminu pisemnego w danej sali wchodzi co najmniej trzech nauczycieli, z których co najmniej jeden musi być zatrudniony w innej szkole. W skład zespołu nie mogą wchodzić nauczyciele danego przedmiotu oraz wychowawca zdających. 3. Egzamin pisemny przebiega zgodnie z harmonogramem określonym przez dyrektora CKE. Szczegóły dotyczące pracy z arkuszem egzaminacyjnym z poszczególnych przedmiotów określa każdorazowo informacja zawarta w arkuszu egzaminacyjnym. 4. W czasie egzaminu pisemnego w sali egzaminacyjnej przebywają co najmniej trzej członkowie zespołu nadzorującego. 5. W czasie egzaminu zdający nie powinni opuszczać sali egzaminacyjnej. Przewodniczący zespołu może zezwolić na opuszczenie sali tylko w szczególnie uzasadnionej sytuacji, po zapewnieniu warunków wykluczających możliwość kontaktowania się zdającego z innymi osobami, z wyjątkiem osób udzielających pomocy medycznej. 6. Członkowie zespołu nadzorującego przebieg egzaminu nie mogą udzielać wyjaśnień dotyczących zadań egzaminacyjnych ani ich komentować. 7. W przypadku stwierdzenia niesamodzielnego rozwiązywania zadań egzaminacyjnych lub zakłócania przebiegu egzaminu przewodniczący zespołu egzaminacyjnego przerywa egzamin danej osoby, prosi o opuszczenie sali egzaminacyjnej i unieważnia egzamin zdającego z danego przedmiotu. 8. Arkusze egzaminacyjne są zbierane po zakończeniu każdej części egzaminu.
10. Jak sprawdzane są prace i ogłaszane wyniki matury?	1. Poszczególne arkusze egzaminacyjne z każdego przedmiotu są sprawdzane i oceniane przez egzaminatorów zewnętrznych, przeszkolonych przez okręgowe komisje egzaminacyjne i wpisanych do ewidencji egzaminatorów. Każdy oceniony arkusz jest weryfikowany przez egzaminatora zwanego weryfikatorem. 2. Wynik egzaminu jest wyrażony w procentach. 3. Wynik egzaminu z dodatkowego przedmiotu nie ma wpływu na zdanie egzaminu, ale odnotowuje się go na świadectwie dojrzałości. 4. Komisja okręgowa sporządza listę osób zawierającą uzyskane przez te osoby wyniki i przesyła ją do szkoły wraz ze świadectwami dojrzałości.

11. Kiedy egzamin maturalny uznawany jest za zdany?	Egzamin jest **zdany**, jeżeli zdający z każdego z trzech obowiązkowych przedmiotów (w przypadku języków zarówno w części ustnej, jak i pisemnej), uzyskał minimum 30% punktów możliwych do uzyskania za dany egzamin na zadeklarowanym poziomie. Zdający otrzymuje świadectwo dojrzałości i jego odpis wydane przez komisję okręgową.
12. Kiedy egzamin maturalny uznawany jest za niezdany?	Egzamin uważa się za **niezdany** jeżeli: a) zdający z któregokolwiek egzaminu obowiązkowego, w części ustnej lub pisemnej, otrzymał mniej niż 30% punktów możliwych do uzyskania na zadeklarowanym poziomie, b) w trakcie egzaminu stwierdzono, że zdający pracuje niesamodzielnie i jego egzamin został przerwany i unieważniony, c) w trakcie sprawdzania prac egzaminator stwierdził niesamodzielność rozwiązywania zadań egzaminacyjnych i unieważniono egzamin.
13. Czy niezdanie ustnej części jednego ze zdawanych języków przerywa zdawanie dalszej części egzaminu?	Nie przerywa. Zdający przystępuje do kolejnych egzaminów we wcześniej ogłoszonych terminach.
14. Czy prace maturalne po sprawdzeniu będą do wglądu dla zdającego?	Na wniosek zdającego komisja okręgowa udostępnia **zdającemu** do wglądu sprawdzone arkusze, w miejscu i czasie określonym przez dyrektora OKE.
15. Czy można powtarzać niezdany egzamin?	1. Absolwent, który przystąpił do **wszystkich** egzaminów z przedmiotów obowiązkowych w części ustnej i pisemnej i nie zdał jednego egzaminu (ustnego lub pisemnego), może przystąpić ponownie do egzaminu z tego przedmiotu, na tym samym poziomie w sesji poprawkowej w sierpniu. 2. Absolwent, który nie zdał egzaminu z określonego przedmiotu obowiązkowego, może przystąpić ponownie do egzaminu z tego przedmiotu w kolejnych sesjach egzaminacyjnych przez 5 lat. 3. Po upływie 5 lat od daty pierwszego egzaminu absolwent, o którym mowa w pkt 2., zdaje powtórny egzamin w pełnym zakresie. 4. Przy powtórnym egzaminie z języka obcego lub obowiązkowego przedmiotu wybranego absolwent może wybrać odpowiednio inny język obcy lub inny przedmiot, o ile nie wybrał danego przedmiotu jako dodatkowego.
16. Czy można poprawiać wynik uzyskany na egzaminie?	Absolwent, który chce podwyższyć wynik egzaminu z jednego lub kilku przedmiotów, ma prawo przystąpić ponownie do egzaminu w kolejnych latach.
17. Czy można zdawać inne przedmioty dodatkowe?	Absolwent ma prawo zdawać egzaminy z kolejnych przedmiotów dodatkowych. Wyniki tych egzaminów odnotowywane są w aneksie do świadectwa dojrzałości.

18. Kto może być zwolniony z egzaminu z danego przedmiotu?	1. Laureaci i finaliści olimpiad przedmiotowych są zwolnieni z egzaminu z danego przedmiotu. 2. Laureatom i finalistom olimpiad uprawnienie wymienione w pkt 1. przysługuje także wtedy, gdy przedmiot nie był objęty szkolnym planem nauczania danej szkoły. 3. Osoba zwolniona z egzaminu będzie miała na świadectwie dojrzałości w rubryce danego przedmiotu wpisaną informację o równoważności zwolnienia z uzyskaniem 100% punktów na poziomie rozszerzonym oraz o uzyskanym na olimpiadzie tytule.
19. Jaki wpływ na świadectwo maturalne będą miały oceny uzyskane w szkole ponadgimnazjal-nej?	Oceny uzyskane w szkole ponadgimnazjalnej znajdą się na świadectwie ukończenia szkoły, natomiast na świadectwie dojrzałości są zamieszczone tylko wyniki egzaminów maturalnych i wyniki olimpiady, o ile będą podstawą zwolnienia z danego egzaminu.
20. Czy zdawanie matury jest konieczne, aby ukończyć szkołę?	Można ukończyć szkołę i nie przystąpić do matury, ponieważ nie jest ona egzaminem obowiązkowym. Jedynie te osoby, które będą chciały kontynuować naukę w wyższej uczelni, muszą zdać egzamin maturalny. Podobnie do niektórych szkół policealnych nie wystarczy świadectwo ukończenia szkoły, ale jest wymagane świadectwo dojrzałości.
21. Na jakich zasadach zdają egzamin absolwenci niepełnosprawni?	1. Absolwenci niepełnosprawni lub niesprawni czasowo przystępują do egzaminu w powszechnie obowiązujących terminach i według obowiązujących wymagań egzaminacyjnych, w warunkach i w formie dostosowanych do rodzaju niesprawności. 2. Za zapewnienie warunków i formy przeprowadzania egzaminu odpowiednich do możliwości zdających o specjalnych potrzebach edukacyjnych odpowiada dyrektor szkoły.
22. Czy osoby z dysleksją rozwojową będą rozwiązywać inne zadania niż pozostali zdający?	Na poziomie maturalnym dla osób dyslektycznych nie przewiduje się różnicowania arkuszy ani wydłużenia czasu ich rozwiązywania. Możliwe jest jedynie zastosowanie odrębnych kryteriów oceniania prac pisemnych.
23. W jakich sytuacjach można złożyć odwołanie od egzaminu?	1. Jeżeli w trakcie egzaminu w części ustnej lub pisemnej nie były przestrzegane przepisy dotyczące jego przeprowadzenia, absolwent może w terminie 2 dni od daty egzaminu zgłosić zastrzeżenia do dyrektora komisji okręgowej. 2. Dyrektor komisji okręgowej rozpatruje zgłoszone zastrzeżenia w terminie 7 dni od daty ich otrzymania. 3. Rozstrzygnięcia dyrektora komisji okręgowej są ostateczne. 4. Nie przysługuje odwołanie od wyniku egzaminu.

24. Jaka będzie matura absolwentów szkół z ojczystym językiem mniejszości narodowych?	1. Absolwenci szkół lub oddziałów z językiem nauczania mniejszości narodowych mogą zdawać na egzaminie przedmiot lub przedmioty w języku polskim lub odpowiednio w języku danej mniejszości narodowej. Wyboru języka, w którym będzie zdawany przedmiot, absolwent dokonuje wraz z deklaracją wyboru przedmiotu, o której mowa w pytaniu 5. 2. Absolwenci szkół z językiem wykładowym mniejszości narodowych, którzy zdecydują się pisać maturę w języku ojczystym, otrzymają te same arkusze egzaminacyjne co pozostali uczniowie.
25. Czy matura zapewni dostanie się na wybrany kierunek studiów?	Matura nie daje gwarancji automatycznego dostania się na studia. Warunki rekrutacji na daną uczelnię ustala senat tej uczelni. Ustawa o szkolnictwie wyższym zastrzega, że uczelnie nie będą organizować egzaminów wstępnych dublujących maturę. To znaczy, jeżeli kandydat na studia zdał na maturze egzamin z wymaganego na dany wydział przedmiotu, to jego wynik z egzaminu maturalnego będzie brany pod uwagę w postępowaniu kwalifikacyjnym.

IV. STRUKTURA I FORMA EGZAMINU

Egzamin maturalny z matematyki jest egzaminem pisemnym sprawdzającym wiadomości i umiejętności określone w *Standardach wymagań egzaminacyjnych* i polega na rozwiązaniu zadań zawartych w arkuszach egzaminacyjnych.

Opis egzaminu z matematyki wybranej jako przedmiot obowiązkowy

Egzamin maturalny z matematyki wybranej jako przedmiot obowiązkowy może być zdawany na poziomie podstawowym albo rozszerzonym. Wyboru poziomu zdający dokonuje w deklaracji składanej do dyrektora szkoły.

1. Egzamin na **poziomie podstawowym** trwa 120 minut i polega na rozwiązaniu zadań egzaminacyjnych sprawdzających rozumienie pojęć i umiejętność ich zastosowania w życiu codziennym oraz zadań o charakterze problemowym. Zadania egzaminacyjne obejmują zakres wymagań dla poziomu podstawowego.
2. Egzamin na **poziomie rozszerzonym** trwa 180 minut i polega na rozwiązaniu zadań egzaminacyjnych wymagających rozwiązywania problemów matematycznych. Zadania egzaminacyjne obejmują zakres wymagań dla poziomu rozszerzonego z uwzględnieniem umiejętności wymaganych na poziomie podstawowym.

Opis egzaminu z matematyki wybranej jako przedmiot dodatkowy

Egzamin maturalny z matematyki wybranej jako przedmiot dodatkowy jest zdawany tylko na poziomie rozszerzonym.

Egzamin trwa 180 minut i polega na rozwiązaniu zadań egzaminacyjnych wymagających rozwiązywania problemów matematycznych. Zadania egzaminacyjne obejmują zakres wymagań dla poziomu rozszerzonego z uwzględnieniem umiejętności wymaganych na poziomie podstawowym.

Zasady oceniania arkuszy egzaminacyjnych

1. Prace egzaminacyjne sprawdzają i oceniają egzaminatorzy powołani przez dyrektora okręgowej komisji egzaminacyjnej.
2. Rozwiązania poszczególnych zadań oceniane są na podstawie szczegółowych kryteriów oceniania, jednolitych w całym kraju.
3. Egzaminatorzy w szczególności zwracają uwagę na:
   - poprawność merytoryczną rozwiązań,
   - kompletność prezentacji rozwiązań zadań – wykonanie cząstkowych obliczeń i przedstawienie sposobu rozumowania.
4. Ocenianiu podlegają tylko te fragmenty pracy zdającego, które dotyczą polecenia. Komentarze, nawet poprawne, nie mające związku z poleceniem nie podlegają ocenianiu.
5. Gdy do jednego polecenia zdający podaje kilka rozwiązań (jedno prawidłowe, inne błędne), to egzaminator nie przyznaje punktów.
6. Za całkowicie poprawne rozwiązania zadań, uwzględniające inny tok rozumowania niż podany w schemacie punktowania, przyznaje się maksymalną liczbę punktów.
7. Zapisy w brudnopisie nie są oceniane.
8. Zdający egzamin maturalny z matematyki wybranej jako przedmiot obowiązkowy **zdał egzamin,** jeżeli otrzymał co najmniej 30% punktów możliwych do uzyskania na wybranym przez siebie poziomie.
9. Wynik egzaminu maturalnego z matematyki ustalony przez komisję okręgową jest ostateczny.

V. WYMAGANIA EGZAMINACYJNE

Standardy wymagań egzaminacyjnych

Standardy wymagań, będące podstawą przeprowadzania egzaminu maturalnego z matematyki, obejmują trzy obszary:

I. Wiadomości i rozumienie
II. Korzystanie z informacji
III. Tworzenie informacji.

W ramach każdego obszaru cyframi arabskimi i literami oznaczono poszczególne standardy wynikające z *Podstawy programowej*.
Przedstawiają one:

- zakres treści nauczania, na podstawie których może być podczas egzaminu sprawdzany stopień opanowania określonej w standardzie umiejętności,
- rodzaje informacji do wykorzystywania,
- typy i rodzaje informacji do tworzenia.

Schemat ten dotyczy poziomu podstawowego i rozszerzonego.

Standardy wymagań egzaminacyjnych

I. WIADOMOŚCI I ROZUMIENIE

Zdający wie, zna i rozumie:

POZIOM PODSTAWOWY	POZIOM ROZSZERZONY
1) liczby i ich zbiory: a) co to jest zbiór, suma, iloczyn i różnica zbiorów,[1] b) podstawowe prawa rachunku zdań,[2] c) co to jest zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory, liczby naturalne (liczby pierwsze), liczby całkowite, wymierne i niewymierne, rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej, d) prawa dotyczące działań arytmetycznych na liczbach rzeczywistych, e) definicję potęgi o wykładniku wymiernym oraz prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym, f) co to jest oś liczbowa i co to jest układ współrzędnych na płaszczyźnie, g) definicję przedziału liczbowego na osi oraz definicję sumy, iloczynu i różnicy przedziałów, h) definicję wartości bezwzględnej	1) jak na poziomie podstawowym oraz: a) zasadę indukcji matematycznej,[3] b) metody rozwiązywania i interpretację geometryczną równań i nierówności z wartością bezwzględną, c) prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym,

[1] odnosi się tylko do przedziałów liczbowych i zdarzeń losowych
[2] nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009
[3] jw.

liczby rzeczywistej i jej interpretację geometryczną, i) pojęcie błędu przybliżenia oraz zasady szacowania wartości liczbowych, j) co to jest procent i jak wykonuje się obliczenia procentowe,	
2) funkcje i ich własności: a) definicję funkcji oraz definicję wykresu funkcji liczbowej, b) pojęcia: dziedzina funkcji, miejsce zerowe, zbiór wartości, wartość najmniejsza i największa funkcji w danym przedziale, monotoniczność funkcji, c) jak wykonać przesunięcia wykresu funkcji wzdłuż osi x oraz osi y,	2) jak na poziomie podstawowym oraz: a) definicję i własności funkcji różnowartościowej,[4] b) definicję i własności funkcji parzystej, nieparzystej i okresowej,[5] c) definicję przekształcenia wykresu funkcji przez zamianę skali i przez symetrię względem osi,
3) wielomiany i funkcje wymierne: a) definicję i własności funkcji liniowej, b) definicję i własności funkcji kwadratowej, jej wykres i miejsca zerowe, c) definicję wielomianu i prawa dotyczące działań na wielomianach: dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie,[6] d) sposoby rozkładu wielomianu na czynniki, e) twierdzenie Bézouta,[7] f) definicję funkcji homograficznej i jej własności ,[8] g) zasady wykonywania działań na wyrażeniach wymiernych, h) sposoby rozwiązywania równań wielomianowych oraz równań i nierówności z funkcją homograficzną,[9]	3) jak na poziomie podstawowym oraz: a) wzory Viéte'a, b) sposoby rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych z parametrem, c) definicję funkcji wymiernej oraz metody rozwiązywania równań i nierówności wymiernych, d) co to jest dwumian Newtona,[10]
	4) funkcję wykładniczą i logarytmiczną: a) definicje, własności i wykresy funkcji logarytmicznej i wykładniczej, b) metody rozwiązywania równań i nierówności wykładniczych i logarytmicznych,[11]

[4] nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009
[5] jw.
[6] obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 na poziomie rozszerzonym tylko w zakresie dzielenia przez dwumian stopnia pierwszego
[7] obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 na poziomie rozszerzonym
[8] dotyczy tylko proporcjonalności odwrotnej
[9] nierówności z funkcją homograficzną obowiązują na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 tylko na poziomie rozszerzonym
[10] nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009
[11] jw.

4) funkcje trygonometryczne: a) definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym,[12] b) pojęcie miary łukowej kąta oraz definicje, własności i wykresy funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta,[13] c) co to są tożsamości trygonometryczne,[14]	5) jak na poziomie podstawowym oraz: a) wzory redukcyjne,[15] b) sposoby rozwiązywania równań trygonometrycznych,
5) ciągi liczbowe: a) definicję ciągu liczbowego, b) definicję ciągu arytmetycznego i geometrycznego, wzór na *n*-ty wyraz, wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego, c) co to jest procent składany, oprocentowanie lokat i kredytów,	6) jak na poziomie podstawowym oraz: a) przykłady ciągów zdefiniowanych rekurencyjnie,[16] b) definicję granicy ciągu liczbowego oraz sposoby obliczania granic ciągów,[17] c) pojęcie sumy szeregu geometrycznego,[18]
	7) ciągłość i pochodną funkcji:[19] a) pojęcie funkcji ciągłej, b) pojęcie pochodnej, jej interpretację geometryczną i fizyczną, c) wzory do obliczania pochodnych wielomianów i funkcji wymiernych, d) związek pochodnej z istnieniem ekstremum i z monotonicznością funkcji,
6) planimetrię: a) własności czworokątów wypukłych, twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie,[20] b) związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii, c) pojęcie osi symetrii i środka symetrii figury, d) twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem, e) cechy podobieństwa trójkątów,	8) jak na poziomie podstawowym oraz: a) twierdzenie sinusów i cosinusów, b) pojęcia: symetria osiowa, przesunięcie, obrót, symetria środkowa oraz własności tych przekształceń,[21] c) definicję wektora, sumy wektorów i iloczynu wektora przez liczbę, d) definicję i własności jednokładności,

[12] funkcja cotangens nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009
[13] pojęcie miary łukowej kąta oraz definicje, własności i wykresy funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta obowiązują na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 na poziomie rozszerzonym
[14] tylko w odniesieniu do kąta ostrego
[15] nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009
[16] nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 za wyjątkiem wyznaczania wyrazów ciągu zdefiniowanego rekurencyjnie
[17] nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009
[18] jw.
[19] nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 (cały dział ciągłość i pochodna funkcji)
[20] obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 na poziomie rozszerzonym
[21] pojęcie obrotu nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

7) geometrię analityczną: a) różne typy równania prostej na płaszczyźnie oraz opis półpłaszczyzny za pomocą nierówności,[22] b) pojęcie odległości na płaszczyźnie kartezjańskiej,	9) jak na poziomie podstawowym oraz: a) równanie okręgu i nierówność opisującą koło, b) wzajemne położenie prostej i okręgu oraz pary okręgów na płaszczyźnie,
8) stereometrię: a) rozróżnia: graniastosłupy, ostrosłupy, walce, stożki i kule, b) pojęcie kąta nachylenia prostej do płaszczyzny i kąta dwuściennego, c) związki miarowe w bryłach z zastosowaniem trygonometrii,	10) jak na poziomie podstawowym oraz: a) co to są przekroje płaskie graniastosłupów i ostrosłupów, b) pojęcie wielościanu foremnego,[23]
9) rachunek prawdopodobieństwa: a) pojęcia kombinatoryczne: permutacje, kombinacje, wariacje z powtórzeniami i bez powtórzeń,[24] b) pojęcie prawdopodobieństwa i jego własności, c) elementy statystyki opisowej: średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, wariancja i odchylenie standardowe (liczone z próby).	11) jak na poziomie podstawowym oraz: a) pojęcie prawdopodobieństwa warunkowego oraz twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym,[25] b) co to są zdarzenia niezależne,[26] c) schemat Bernoulliego.[27]

[22] opis półpłaszczyzny za pomocą nierówności obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 na poziomie rozszerzonym
[23] nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009
[24] na poziomie podstawowym mogą wystąpić zadania z prostymi sytuacjami kombinatorycznymi niewymagającymi użycia wzorów, np. rozwiązywane wprost z zasady mnożenia
[25] nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009
[26] jw.
[27] jw.

II. KORZYSTANIE Z INFORMACJI

Zdający wykorzystuje i przetwarza informacje:

POZIOM PODSTAWOWY	POZIOM ROZSZERZONY
1) umie poprawnie interpretować tekst matematyczny: a) stosuje podaną definicję, twierdzenie lub wzór do rozwiązania problemu matematycznego, b) stosuje przedstawiony algorytm do rozwiązania problemu praktycznego lub teoretycznego,	1) jak na poziomie podstawowym,
2) posiada wiedzę i sprawność w zakresie rozwiązywania zadań matematycznych: a) posługuje się znaną definicją lub twierdzeniem, b) odczytuje informacje ilościowe oraz jakościowe z tabel, diagramów i wykresów, c) posługuje się odpowiednimi miarami oraz przybliżeniami dziesiętnymi liczb rzeczywistych, stosuje zapis funkcyjny.	2) jak na poziomie podstawowym oraz zapisuje proste zależności i formułuje wnioski wynikające z podanych zapisów matematycznych.

III. TWORZENIE INFORMACJI

Zdający rozwiązuje problemy:

POZIOM PODSTAWOWY	POZIOM ROZSZERZONY
1) analizuje sytuacje problemowe: a) podaje opis matematyczny danej sytuacji (także praktycznej) w postaci wyrażenia algebraicznego, funkcji, równania, nierówności, przekształcenia geometrycznego i wykorzystuje go do rozwiązania problemu, b) dobiera odpowiedni algorytm do wskazanej sytuacji problemowej i ocenia przydatność otrzymanych wyników, c) przetwarza informacje przedstawione w postaci wyrażenia algebraicznego, równania, wzoru, wykresu funkcji lub opisu słownego w inną postać ułatwiającą rozwiązanie problemu, d) stosuje definicje i twierdzenia do rozwiązywania problemów,	1) jak na poziomie podstawowym oraz interpretuje jakościowo informacje przedstawione w formie tabel, diagramów, wykresów, ustala zależności między nimi i wykorzystuje je do analizy sytuacji problemowych i rozwiązywania problemów,
2) potrafi argumentować i prowadzić rozumowanie typu matematycznego: a) interpretuje treść zadania, zapisuje warunki i zależności między	2) jak na poziomie podstawowym oraz przeprowadza dowód twierdzenia.

obiektami matematycznymi, analizuje i interpretuje otrzymane wyniki, b) formułuje i uzasadnia wnioski oraz opisuje je w sposób czytelny i poprawny językowo.	

B. Opis wymagań egzaminacyjnych

Z zapisów ustawowych wynika, że informator powinien zawierać szczegółowy opis zakresu egzaminu. Standardy, będące dostateczną wskazówką dla konstruktorów arkuszy egzaminacyjnych, mogą być, naszym zdaniem, niewystarczającą wskazówką dla osób przygotowujących się do egzaminu maturalnego. Dlatego przygotowaliśmy opis wymagań egzaminacyjnych, który uszczegółowia zakres treści oraz rodzaje informacji wykorzystywanych bądź tworzonych.
Schemat ten dotyczy poziomu podstawowego i rozszerzonego.

Poniżej prezentujemy szczegółowy opis wymagań egzaminacyjnych z matematyki.

Uwaga: tekst pisany pogrubioną kursywą dotyczy wiadomości i umiejętności wymaganych na poziomie rozszerzonym.

Dział	**OPIS WYMAGAŃ**	
	Zdający zna:	**Zdający potrafi:**
I. LICZBY I ICH ZBIORY	1. Zbiory; suma, iloczyn, różnica zbiorów. Podstawowe pojęcia rachunku zdań.	a) wyznaczać: sumę, iloczyn, różnicę zbiorów,[28] b) ***wyznaczać dopełnienie zbioru***,[29] c) *stosować własności działań na zbiorach*,[30] d) stosować język matematyki w zapisie rozwiązań zadań, e) stosować alternatywę, koniunkcję, implikację, równoważność zdań oraz zaprzeczenie zdania,[31] f) ***stosować prawa logiczne***[32] ***w dowodzeniu twierdzeń***;
	2. Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory: liczby naturalne (liczby pierwsze), liczby całkowite, wymierne i niewymierne. Rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej.	a) planować i wykonywać obliczenia, b) porównywać liczby wymierne, rzeczywiste, c) przedstawiać liczby wymierne w różnych postaciach (ułamek zwykły, ułamek dziesiętny), d) usuwać niewymierność z mianownika ułamka, e) wyznaczać przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również z użyciem kalkulatora), f) wykonywać działania na wyrażeniach algebraicznych (w tym stosować wzory skróconego mnożenia, również na sześcian sumy i różnicy oraz sumę i różnicę sześcianów);

[28] odnosi się tylko do przedziałów liczbowych i zdarzeń losowych
[29] jw.
[30] jw.
[31] nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009
[32] stosować prawa logiczne (niekoniecznie w ich formalnym zapisie)

	3. Działania na potęgach. Potęga o wykładniku wymiernym.	wykonywać działania na potęgach o wykładnikach całkowitych i wymiernych;
I. LICZBY I ICH ZBIORY	4. Oś liczbowa. Przedziały na osi liczbowej. Sumy przedziałów; iloczyny i różnice takich zbiorów.	a) zapisywać za pomocą przedziałów zbiory opisane nierównościami, b) wyznaczać sumę, iloczyn, różnicę, ***dopełnienie*** przedziałów liczbowych oraz innych podzbiorów zbioru liczb rzeczywistych;
	5. Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej. Interpretacja geometryczna.	a) obliczać wartość bezwzględną liczby, b) zaznaczać na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności z wartością bezwzględną typu: $\|x-a\|=b$, $\|x-a\|<b$, $\|x-a\|>b$, c) obliczać odległość punktów na osi liczbowej;
	6. Pojęcie błędu przybliżenia. Szacowanie wartości liczbowych. Obliczenia procentowe.	a) szacować wyniki obliczeń z zadaną dokładnością, b) wyznaczać błąd względny i bezwzględny, c) posługiwać się procentem w rozwiązywaniu zadań, d) porównywać wielkości;
	7. ***Indukcja matematyczna***. [33]	***stosować zasadę indukcji matematycznej w dowodzeniu twierdzeń***;
	8. ***Równania i nierówności z wartością bezwzględną i ich interpretacja geometryczna***.	a) ***rozwiązywać równania, nierówności i układy równań liniowych z wartością bezwzględną,*** b) ***stosować definicję wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej i jej własności*** **(*np.:* $\|-x\|=\|x\|$, $\|x\|\geq 0$, $\|xy\|=\|x\|\cdot\|y\|$)** ***w rozwiązywaniu zadań***;
II. FUNKCJE I ICH WŁASNOŚCI	1. Pojęcie funkcji. Wykres funkcji liczbowej.	a) podawać przykłady funkcji, b) określać funkcję wzorem, tabelką, wykresem, grafem, opisem słownym, c) wyznaczać wartość funkcji dla danego argumentu, d) szkicować wykres funkcji określonej: grafem, tabelką, wzorem, słownie;
	2. Wyznaczanie dziedziny funkcji, jej miejsc zerowych, zbioru wartości, wartości największej i najmniejszej w danym przedziale, przedziałów monotoniczności.	a) określać z wykresu: • dziedzinę funkcji, • zbiór wartości funkcji, • wartość funkcji mając dany argument, • argument mając daną wartość funkcji, • miejsca zerowe funkcji, • przedziały monotoniczności funkcji, • zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne), • najmniejszą i największą wartość funkcji, b) wyznaczać dziedzinę funkcji określonej wzorem, c) ***badać monotoniczność funkcji na podstawie definicji***; [34]

[33] nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009
[34] jw.

	3. Zastosowania funkcji do opisu zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym.	a) określać zależność funkcyjną między wielkościami liczbowymi, b) opisywać za pomocą funkcji zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym, c) interpretować zależności funkcyjne na podstawie danego wzoru;
	4. Przesuwanie wykresu funkcji wzdłuż osi *x* i osi *y*.	a) przesuwać wykres funkcji wzdłuż osi *x* lub osi *y* układu współrzędnych, b) ***przesuwać wykres funkcji o dany wektor***, c) ***zapisywać wzór funkcji otrzymanej w wyniku przesunięcia o dany wektor***;
II. FUNKCJE I ICH WŁASNOŚCI	5. ***Różnowartościowość funkcji***.[35]	a) ***określać na podstawie wykresu różnowartościowość funkcji***, b) ***badać różnowartościowość funkcji z wykorzystaniem definicji***;
	6. ***Funkcje parzyste, nieparzyste, okresowe***.[36]	a) ***określać na podstawie wykresu parzystość, nieparzystość i okresowość funkcji***, b) ***badać z wykorzystaniem definicji: parzystość, nieparzystość, okresowość funkcji***;
	7. ***Przekształcanie wykresu funkcji przez zmianę skali i przez symetrię względem osi***.	a) ***na podstawie danego wykresu funkcji*** $y = f(x)$ ***sporządzać wykresy funkcji:*** $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, $y = -f(-x)$, $y = f(x-a)+b$, $y = k \cdot f(x)$, $y = f(k \cdot x)$,[37] $y = f(\lvert x \rvert)$[38], $y = \lvert f(x) \rvert$, b) ***zapisywać wzór funkcji otrzymanej w wyniku danego przekształcenia***;
III. WIELOMIANY I FUNKCJE WYMIERNE	1. Funkcja liniowa	a) sporządzać wykres funkcji liniowej, b) podawać wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach, c) rozwiązywać równania i nierówności liniowe z jedną niewiadomą, d) określać liczbę rozwiązań równania liniowego z jedną niewiadomą, e) rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą, f) rozwiązywać algebraicznie i graficznie układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi, g) rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi, h) ***rozwiązywać układy trzech równań liniowych z trzema niewiadomymi***,[39] i) ***rozwiązywać układy dwóch równań liniowych z parametrem (w tym określać liczbę rozwiązań układu w zależności od parametru)***;[40]

[35] nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009
[36] jw.
[37] przekształcenia $y = k \cdot f(x)$ oraz $y = f(k \cdot x)$ odnoszą się na egzaminie maturalnym 2008-2009 tylko do funkcji trygonometrycznych
[38] przekształcenie $y = f(\lvert x \rvert)$ nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009
[39] nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009
[40] jw.

	2. Trójmian kwadratowy i jego pierwiastki. Wykres funkcji kwadratowej.	a) wyznaczać miejsca zerowe funkcji kwadratowej, b) przedstawiać funkcję kwadratową w różnych postaciach: ogólnej, iloczynowej, kanonicznej, c) sporządzać wykresy funkcji kwadratowych, d) odczytywać własności funkcji kwadratowej z jej wykresu, e) określać przedziały monotoniczności funkcji kwadratowej, f) wyznaczać największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale, g) wykorzystywać własności funkcji kwadratowej i jej wykresu do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych;
III. WIELOMIANY I FUNKCJE WYMIERNE	3. Rozwiązywanie zadań prowadzących do równań i nierówności stopnia drugiego.	a) rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą, b) graficznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą, c) rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych z jedną niewiadomą, d) ***stosować wzory Viete'a***, e) ***rozwiązywać równania, nierówności i układy równań*** [41] ***stopnia drugiego z wartością bezwzględną lub z parametrem***,[42] f) ***rozwiązywać algebraicznie i graficznie układy równań z dwiema niewiadomymi, z których przynajmniej jedno jest stopnia drugiego***;[40]
	4. Wielomiany. Działania na wielomianach.	a) rozpoznawać wielomian jednej zmiennej i określać jego stopień, b) wykonywać działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie) na wielomianach jednej zmiennej, c) rozpoznawać wielomiany równe;
	5. Dzielenie wielomianów z resztą. Twierdzenie Bézouta. Zastosowanie do znajdowania pierwiastków wielomianów metodą rozkładania na czynniki.	a) wykonywać dzielenie wielomianu przez wielomian,[43] b) sprawdzać, czy liczba jest pierwiastkiem wielomianu, c) rozkładać wielomiany na czynniki między innymi z wykorzystaniem twierdzenia Bézouta[44] ***oraz twierdzenia o wymiernych pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych***, d) rozwiązywać równania wielomianowe, e) ***określać krotność pierwiastka wielomianu***,[45] f) ***rozwiązywać równania, nierówności wielomianowe z wartością bezwzględną lub z parametrem***;[46]

[41] na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 nie obowiązują układy równań drugiego stopnia, w których oba równania są stopnia drugiego
[42] bez równań i nierówności stopnia drugiego z wartością bezwzględną
[43] obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 na poziomie rozszerzonym tylko w zakresie dzielenia przez dwumian stopnia pierwszego
[44] twierdzenie Bézouta obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 na poziomie rozszerzonym
[45] nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009
[46] jw.

	6. Działania na wyrażeniach wymiernych. Funkcja homograficzna.	a) określać dziedzinę wyrażenia wymiernego,[47] b) wykonywać działania na wyrażeniach wymiernych,[48] c) określać dziedzinę i zbiór wartości funkcji homograficznej,[49] d) szkicować wykresy funkcji homograficznych,[50] e) wyznaczać miejsce zerowe funkcji homograficznej,[51] f) wyznaczać przedziały monotoniczności funkcji homograficznej;[52]
	7. Rozwiązywanie równań i nierówności z funkcją homograficzną.[53]	rozwiązywać równania i nierówności związane z funkcją homograficzną;
	8. ***Definicja funkcji wymiernej. Rozwiązywanie równań i nierówności wymiernych.***	a) ***wyznaczać dziedzinę funkcji wymiernej,***[54] b) ***rozwiązywać równania i nierówności wymierne,*** [55] c) ***rozwiązywać równania, nierówności oraz układy równań i nierówności wymiernych z wartością bezwzględną lub z parametrem***;[56]
	9. ***Dwumian Newtona.***[57]	a) ***obliczać współczynniki rozwinięcia dwumianu Newtona,*** b) ***korzystać z dwumianu Newtona w rozwiązywaniu zadań***;
IV. FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE	1. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym.	a) obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego oraz wyznaczać miarę kąta, gdy dana jest wartość funkcji trygonometrycznej tego kąta, b) rozwiązywać zadania geometryczne z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;
	2. Miara łukowa kąta. Definicja funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta.[58]	a) stosować miarę łukową i stopniową kąta, b) stosować definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta oraz zmiennej rzeczywistej;
	3. Wykresy funkcji trygonometrycznych.[59]	szkicować wykresy funkcji trygonometrycznych i na podstawie wykresu określać ich własności;

[47] tylko w wyrażeniach wymiernych, w których w mianowniku występują wyrażenia dające się sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych i kwadratowych za pomocą wzorów skróconego mnożenia, grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias

[48] jw.

[49] dotyczy jedynie proporcjonalności odwrotnej

[50] jw.

[51] nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

[52] jw.

[53] na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 obowiązują tylko proste równania wymierne prowadzące do równań liniowych i kwadratowych

[54] tylko w wyrażeniach wymiernych, w których w mianowniku występują wyrażenia dające się sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych i kwadratowych za pomocą wzorów skróconego mnożenia, grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias

[55] tylko równania i nierówności, które prowadzą do równań i nierówności liniowych lub kwadratowych

[56] nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

[57] jw.

[58] obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 na poziomie rozszerzonym

[59] jw.

	4. Najprostsze tożsamości trygonometryczne.	a) stosować związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, $\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$, [60] b) ***stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta***;[61]
	5. ***Wzory redukcyjne***.[62]	***stosować wzory redukcyjne do przekształcania wyrażeń trygonometrycznych***;
	6. ***Proste równania trygonometryczne***.	***rozwiązywać równania trygonometryczne (również z wykorzystaniem wzorów wymienionych w pkt.4b i 5*** [63]***)***;
V. CIĄGI LICZBOWE	1. Definicja i przykłady ciągów liczbowych.	a) określać ciąg wzorem ogólnym, b) wyznaczać wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym, c) sporządzać wykres danego ciągu,[64] d) podawać własności ciągu na podstawie jego wykresu;
	2. Ciąg arytmetyczny i geometryczny. Wzór na n-ty wyraz. Wzór na sumę n początkowych wyrazów.	a) badać czy ciąg jest arytmetyczny (geometryczny), b) wyznaczać ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie wskazanych danych, c) obliczać sumę n kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego (geometrycznego), d) stosować własności ciągu arytmetycznego (geometrycznego) w zadaniach (także tekstowych);
	3. Procent składany. Oprocentowanie lokat i kredytów.	stosować procent składany w zadaniach również dotyczących oprocentowania lokat i kredytów;
	4. ***Przykłady ciągów zdefiniowanych rekurencyjnie***.[65]	a) ***określać ciąg wzorem rekurencyjnym***, b) ***na podstawie określenia rekurencyjnego ciągu podawać wzór ogólny na n - ty wyraz tego ciągu***;
	5. ***Pojęcie granicy ciągu. Obliczanie granic niektórych ciągów. Suma szeregu geometrycznego***.[66]	a) ***podawać przykłady ciągów: zbieżnego, rozbieżnego***, b) ***stosować twierdzenia o granicy sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych do obliczania granic ciągów***, c) ***badać warunek istnienia sumy szeregu geometrycznego***, d) ***obliczać sumę szeregu geometrycznego***, e) ***zamieniać ułamek okresowy na zwykły***, f) ***stosować w zadaniach wzór na sumę szeregu geometrycznego***;

[60] na poziomie podstawowym tylko w odniesieniu do kąta ostrego, ale bez wzoru $\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$

[61] wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych oraz wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta nie obowiązują na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

[62] nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

[63] za wyjątkiem wzorów redukcyjnych

[64] nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

[65] nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 za wyjątkiem wyznaczania wyrazów ciągu zdefiniowanego rekurencyjnie

[66] nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

VI. PLANIMETRIA	1. Własności czworokątów wypukłych. Okrąg wpisany w czworokąt. Okrąg opisany na czworokącie.[67]	a) określać własności podstawowych figur płaskich (odcinek, półprosta, prosta, kąt, wielokąt, okrąg, koło) i posługiwać się nimi, b) posługiwać się własnościami: symetralnej odcinka, dwusiecznej kąta, środkowych boków trójkąta, kątów środkowych i wpisanych w koło, c) korzystać z własności czworokątów wypukłych opisanych na okręgu i wpisanych w okrąg;
	2. Wyznaczanie związków miarowych w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii.	obliczać obwody i pola podstawowych figur płaskich, między innymi z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych;
	3. Oś symetrii i środek symetrii figury.	a) rozpoznawać wielokąty foremne, b) podawać przykłady figur osiowosymetrycznych oraz środkowosymetrycznych, c) wyznaczać oś symetrii i środek symetrii figury;
	4. Twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem. Cechy podobieństwa trójkątów.	a) stosować twierdzenie Talesa do rozwiązywania problemów teoretycznych lub praktycznych, b) rozpoznać trójkąty podobne na podstawie cech podobieństwa trójkątów, c) stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązywania problemów teoretycznych lub praktycznych;
	5. ***Twierdzenie sinusów i twierdzenie cosinusów***.	***stosować: twierdzenie cosinusów, twierdzenie sinusów, związki miarowe w trójkącie oraz funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań matematycznych***;
	6. ***Przykłady przekształceń geometrycznych: symetria osiowa, przesunięcie, obrót, symetria środkowa***.	a) ***stosować własności: izometrii (symetrii, obrotu[68] i przesunięcia) w rozwiązywaniu zadań***, b) ***stosować własności figur przystających w rozwiązywaniu zadań***;
	7. ***Wektory. Dodawanie wektorów i mnożenie wektora przez liczbę. Jednokładność***.	a) ***wykonywać działania na wektorach (dodawanie, odejmowanie, mnożenie przez liczbę) – w ujęciu analitycznym i syntetycznym***, b) ***znajdować obraz figury jednokładnej do danej***, c) ***stosować własności jednokładności i podobieństwa w rozwiązywaniu zadań***;

[67] twierdzenia: o okręgu wpisanym w czworokąt i o okręgu opisanym na czworokącie obowiązują na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 na poziomie rozszerzonym

[68] stosowanie własności obrotu nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

VII. GEOMETRIA ANALITYCZNA	1. Równanie prostej na płaszczyźnie. Półpłaszczyzna – opis za pomocą nierówności.	a) rozpoznawać równanie prostej w postaci ogólnej i kierunkowej, b) interpretować współczynniki w równaniu kierunkowym prostej, c) wyznaczać równanie prostej określonej przez dwa punkty o danych współrzędnych, d) wyznaczać równanie prostej równoległej (prostopadłej) do danej, e) badać wzajemne położenie prostych w ujęciu syntetycznym i analitycznym, f) graficznie przedstawiać równania i nierówności[69] liniowe z dwiema niewiadomymi, g) zaznaczać w układzie współrzędnych zbiór punktów określony przez układ nierówności liniowych,[70] h) opisywać za pomocą układu nierówności zbiory punktów;[71]
	2. Odległość na płaszczyźnie kartezjańskiej.	wyznaczać odległość: dwóch punktów, punktu od prostej, dwóch prostych równoległych;
	3. ***Okrąg i koło we współrzędnych***.	a) ***przedstawiać okrąg za pomocą równania z dwiema niewiadomymi***, b) ***przedstawiać koło za pomocą nierówności z dwiema niewiadomymi***, c) ***graficznie przedstawiać równania (nierówności) drugiego stopnia z dwiema niewiadomymi – okrąg (koło), sumę mnogościową dwóch prostych (kątów)***;[72]
	4. ***Punkty przecięcia prostej z okręgiem i pary okręgów***.	a) ***określać wzajemne położenie prostej i okręgu oraz dwóch okręgów – w ujęciu syntetycznym i analitycznym***, b) ***obliczać współrzędne wspólnych punktów prostej i okręgu oraz dwóch okręgów***,[73] c) ***posługiwać się równaniem okręgu i prostej w rozwiązywaniu zadań***;
VIII. STEREOMETRIA	1. Graniastosłupy i ostrosłupy. Walec, stożek, kula.	a) określać własności podstawowych figur przestrzennych: graniastosłupów i ostrosłupów (prostych, prawidłowych), b) określać własności brył obrotowych (kuli, walca, stożka), c) rysować siatki wielościanów, d) stosować i przekształcać wzory związane z polem powierzchni i objętością wielościanów i brył obrotowych;
	2. Wzajemne położenie krawędzi i ścian brył: kąt nachylenia prostej do płaszczyzny i kąt dwuścienny.	a) badać wzajemne położenia prostych i płaszczyzn w przestrzeni, b) stosować pojęcia: kąta dwuściennego, kąta między prostą i płaszczyzną w rozwiązywaniu zadań;

[69] graficzne przedstawianie nierówności z dwiema niewiadomymi obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 na poziomie rozszerzonym

[70] obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 na poziomie rozszerzonym

[71] jw.

[72] graficzne przedstawianie nierówności w postaci sumy mnogościowej kątów nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

[73] obliczanie wspólnych punktów dwóch okręgów nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

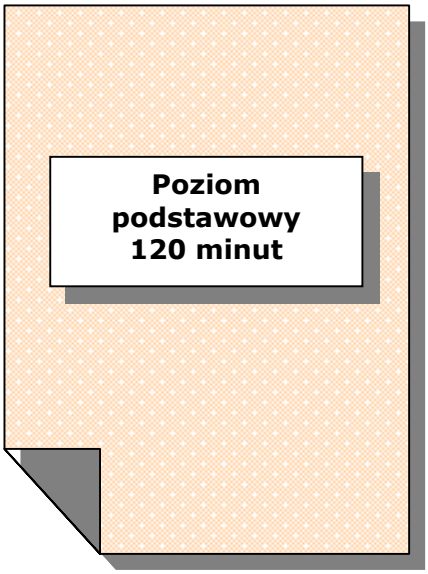
	3. Wyznaczanie związków miarowych w bryłach z zastosowaniem trygonometrii.	wyznaczać pola powierzchni i objętości wielościanów i brył obrotowych z zastosowaniem trygonometrii;
	4. ***Przekroje płaskie graniastosłupów i ostrosłupów.***	***wyznaczać przekroje płaskie wielościanów***;
	5. ***Wielościany foremne.***[74]	a) ***rozróżniać wielościany foremne,*** b) ***określać własności wielościanów foremnych,*** c) ***stosować własności wielościanów foremnych w rozwiązywaniu zadań***;
IX. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA	1. Proste zadania kombinatoryczne.	a) obliczać wartości $n!$ oraz $\binom{n}{k}$,[75] b) stosować wzory na liczbę: permutacji, kombinacji oraz wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń,[76] c) rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem wzorów kombinatorycznych;[77]
	2. Pojęcie prawdopodobieństwa i jego własności.	a) określać zbiór (skończony) zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego, b) wyznaczać liczbę wszystkich zdarzeń elementarnych oraz liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu, c) stosować własności prawdopodobieństwa do rozwiązywania zadań;
	3. Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń w skończonych przestrzeniach probabilistycznych.	a) obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie definicji klasycznej lub za pomocą drzewa, b) obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie własności prawdopodobieństwa;
	4. Elementy statystyki opisowej: średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, wariancja i odchylenie standardowe (liczone z próby).	a) odczytywać dane z tabel, diagramów i wykresów, b) przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów, c) przeprowadzać analizę ilościową przedstawianych danych, d) obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną medianę zbiorów danych, e) obliczać wariancję i odchylenie standardowe danej próby, f) przetwarzać informacje, g) ***przeprowadzać analizę jakościową przedstawianych danych***;
	5. ***Prawdopodobieństwo warunkowe. Wzór na prawdopodobieństwo całkowite.***[78]	***obliczać prawdopodobieństwo warunkowe i całkowite w skończonym zbiorze zdarzeń elementarnych***;

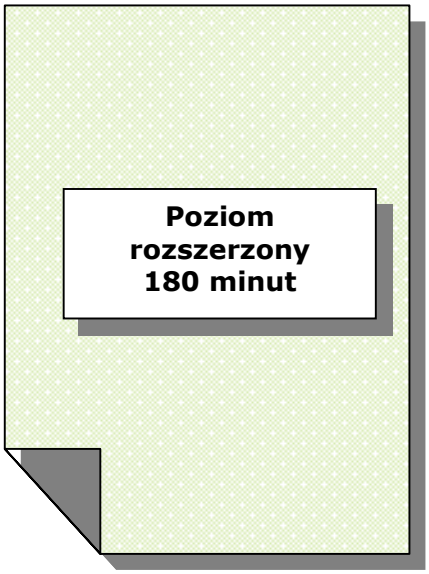
[74] nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009
[75] obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 na poziomie rozszerzonym
[76] jw.
[77] na poziomie podstawowym mogą wystąpić zadania z prostymi sytuacjami kombinatorycznymi niewymagającymi użycia wzorów, np. rozwiązywane wprost z zasady mnożenia
[78] nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

	6. ***Niezależność zdarzeń.***[79]	***badać niezależność zdarzeń w skończonym zbiorze zdarzeń elementarnych***;
	7. ***Schemat Bernoulliego.***[80]	***stosować schemat Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa***;
X. FUNKCJE WYKLADNICZE I LOGARYTMICZNE	1. ***Potęga o wykładniku rzeczywistym.***	a) ***porównywać potęgi o wykładnikach rzeczywistych,*** b) ***stosować własności potęg do przekształcania wyrażeń zawierających potęgi o wykładnikach rzeczywistych***;
	2. ***Definicja i wykresy funkcji wykładniczych i logarytmicznych.***	a) ***posługiwać się własnościami funkcji wykładniczych i logarytmicznych,*** b) ***szkicować wykresy funkcji wykładniczych i logarytmicznych***;
	3. ***Proste równania i nierówności wykładnicze i logarytmiczne.***[81]	a) ***rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze i logarytmiczne,*** b) ***rozwiązywać układy równań i nierówności wykładniczych i logarytmicznych***;
XI. CIĄGŁOŚĆ I POCHODNA FUNKCJI	1. ***Pojęcie funkcji ciągłej.***[82]	a) ***badać ciągłość funkcji,*** b) ***korzystać z ciągłości funkcji przy badaniu własności funkcji oraz rozwiązywaniu równań***;
	2. ***Pojęcie pochodnej. Interpretacja geometryczna i fizyczna pochodnej*** [83]	a) ***obliczać pochodną funkcji w punkcie na podstawie definicji,*** b) ***korzystać z geometrycznej interpretacji pochodnej funkcji w punkcie (np. wyznaczać równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie)***;
	3. ***Obliczanie pochodnych wielomianów i funkcji wymiernych.***[84]	***obliczać pochodne wielomianów i funkcji wymiernych***;
	4. ***Związek pochodnej z istnieniem ekstremów i z monotonicznością funkcji.***[85]	a) ***wyznaczać przedziały monotoniczności funkcji,*** b) ***wyznaczać ekstrema funkcji,*** c) ***wyznaczać najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym***;
	5. ***Zastosowanie pochodnej do rozwiązywania prostych problemów praktycznych.***[86]	***stosować pochodną do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych.***

[79] nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009
[80] jw.
[81] jw.
[82] jw.
[83] jw.
[84] jw.
[85] jw.
[86] jw.

VI. PRZYKŁADOWE ARKUSZE I SCHEMATY OCENIANIA





Miejsce na naklejkę z kodem szkoły

dysleksja ☐

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy 120 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 13 stron (zadania 1 – 11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym przy każdym zadaniu.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla, linijki oraz kalkulatora.
8. Wypełnij tę część karty odpowiedzi, którą koduje zdający. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
9. Na karcie odpowiedzi wpisz swoją datę urodzenia i PESEL. Zamaluj ■ pola odpowiadające cyfrom numeru PESEL. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ◉ i zaznacz właściwe.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**

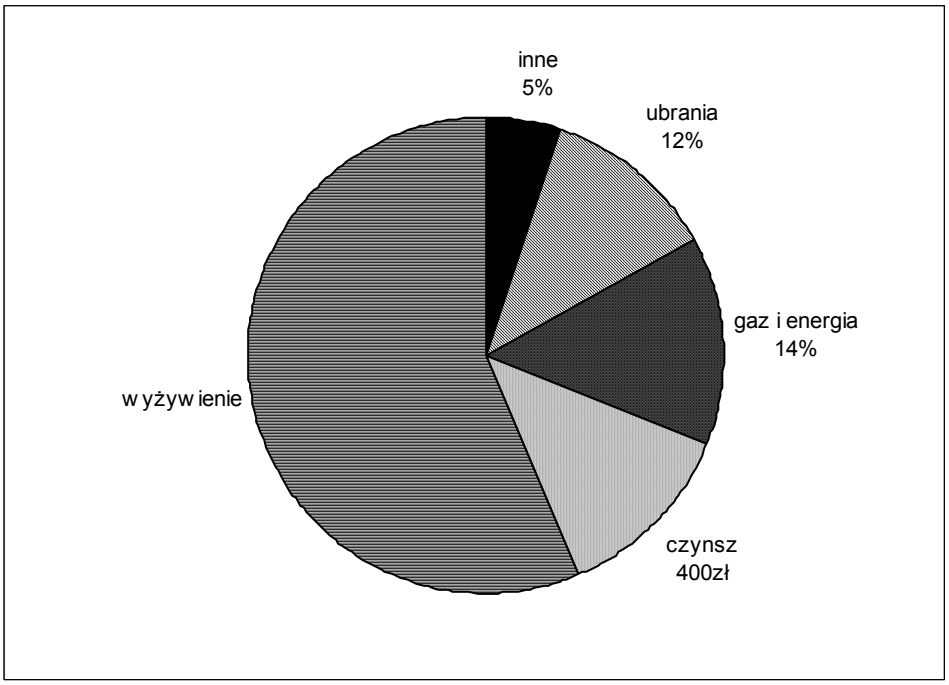
Wypełnia zdający przed rozpoczęciem pracy

PESEL ZDAJĄCEGO

KOD ZDAJĄCEGO

Zadanie 1. *(4 pkt)*

Na wspólne konto państwa Kowalskich wpływa co miesiąc 3200 złotych. Na początku każdego miesiąca małżonkowie dzielą całą tę kwotę. Na diagramie kołowym przedstawiono strukturę planowanych przez państwa Kowalskich miesięcznych wydatków.



Korzystając z tych danych oblicz:

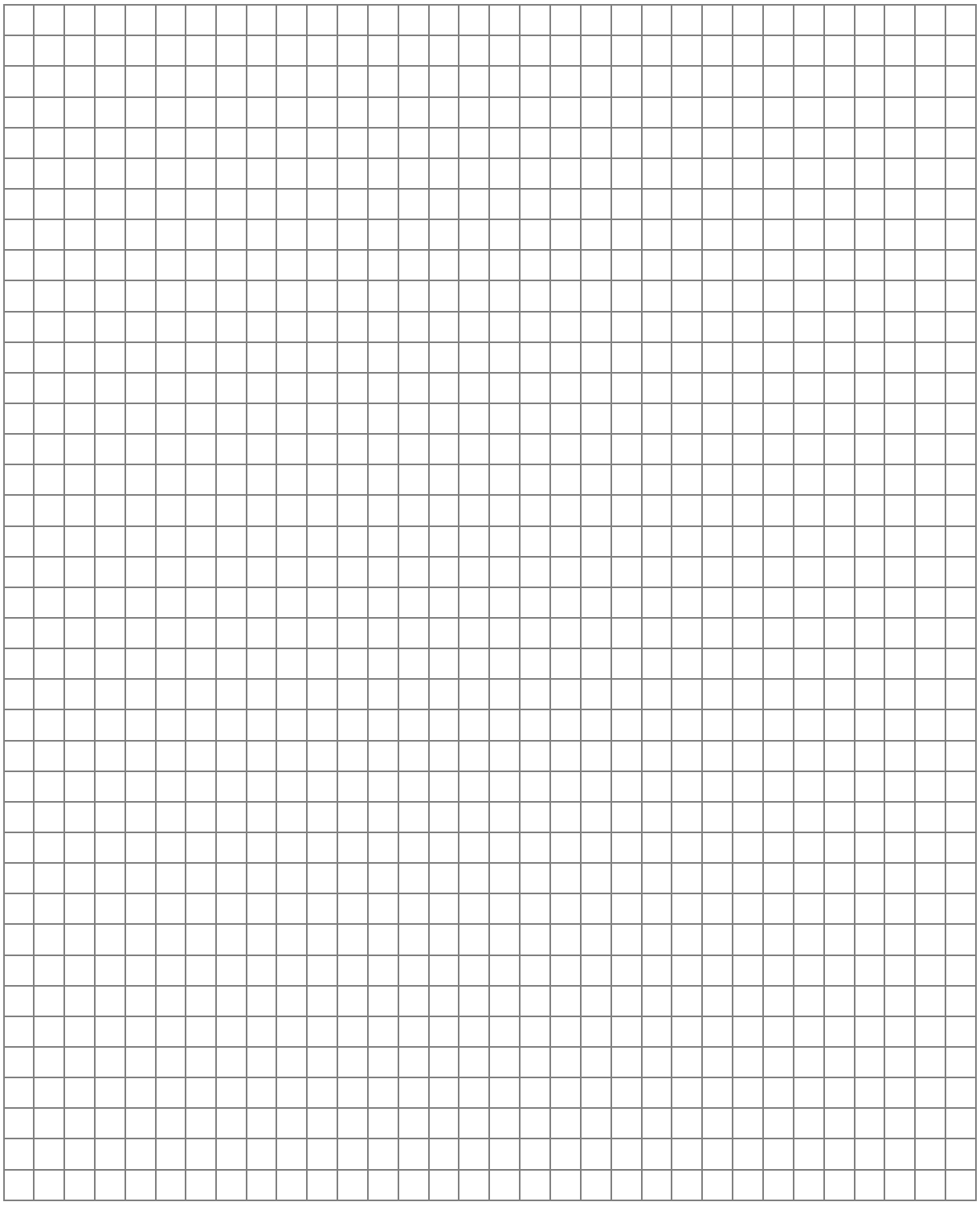
a) o ile złotych miesięczne wydatki państwa Kowalskich na gaz i energię są większe niż na ubrania.
b) ile procent tej kwoty przeznaczają państwo Kowalscy na wyżywienie.
c) ile pieniędzy państwo Kowalscy przeznaczają łącznie co miesiąc na gaz i energię oraz czynsz.

Zadanie 2. (*3 pkt*)

Zważono 150 losowo wybranych kostek masła produkowanego przez pewien zakład mleczarski. Wyniki badań przedstawiono w tabeli.

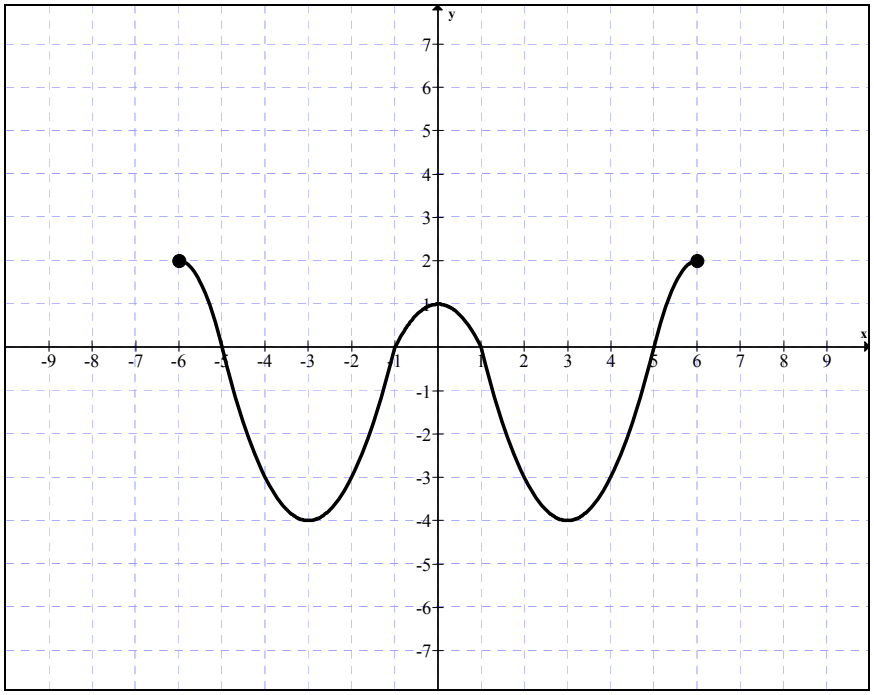
Masa kostki masła (w dag)	16	18	19	20	21	22
Liczba kostek masła	1	15	24	68	26	16

Na podstawie danych przedstawionych w tabeli oblicz średnią arytmetyczną oraz odchylenie standardowe masy kostki masła.



Zadanie 3. *(5 pkt)*

Dany jest wykres funkcji $y = f(x)$ określonej dla $x \in \langle -6, 6 \rangle$.



Korzystając z wykresu funkcji zapisz:

a) maksymalne przedziały, w których funkcja jest rosnąca,

b) zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie,

c) największą wartość funkcji f w przedziale $\langle -5, 5 \rangle$,

d) miejsca zerowe funkcji $g(x) = f(x-1)$,

e) najmniejszą wartość funkcji $h(x) = f(x) + 2$.

Zadanie 4. (*3 pkt*)

Dany jest ciąg geometryczny, w którym $a_1 = 12$, $a_3 = 27$.

a) Ile jest ciągów spełniających podane warunki? Odpowiedź uzasadnij.

b) Oblicz wyraz a_6 tego ciągu, który jest rosnący. Wynik podaj w postaci ułamka dziesiętnego.

Zadanie 5. *(4 pkt)*

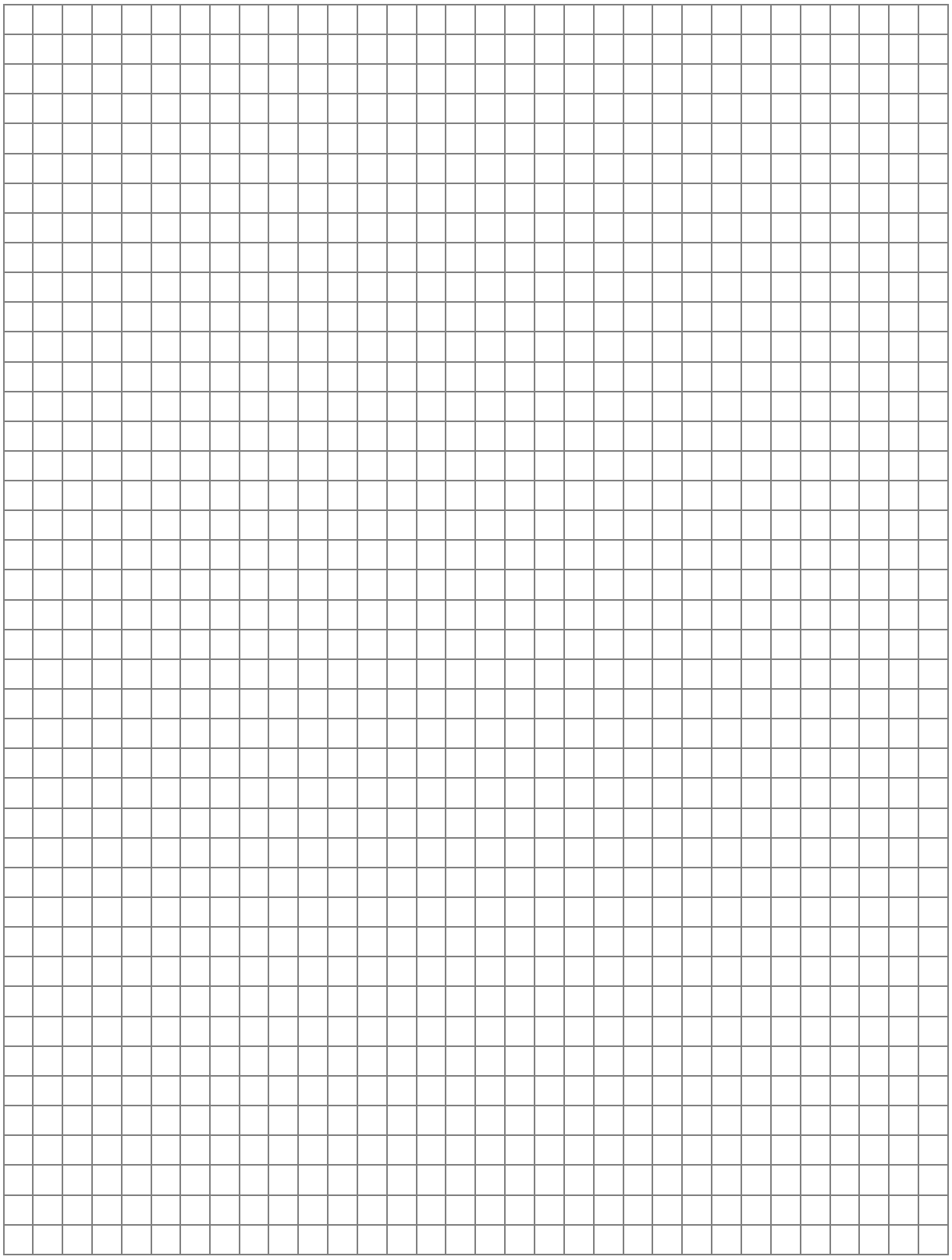
Przed wejściem do przychodni lekarskiej znajdują się schody mające 8 stopni po 15 cm wysokości każdy. Obok schodów jest podjazd dla niepełnosprawnych o nachyleniu 7°. Oblicz długość podjazdu. Wynik podaj w zaokrągleniu do 10 cm. ($\sin 7^\circ \approx 0{,}1219$)

Zadanie 6. *(6 pkt)*

W układzie współrzędnych dane są dwa punkty: $A=(-2,2)$ i $B=(4,4)$.

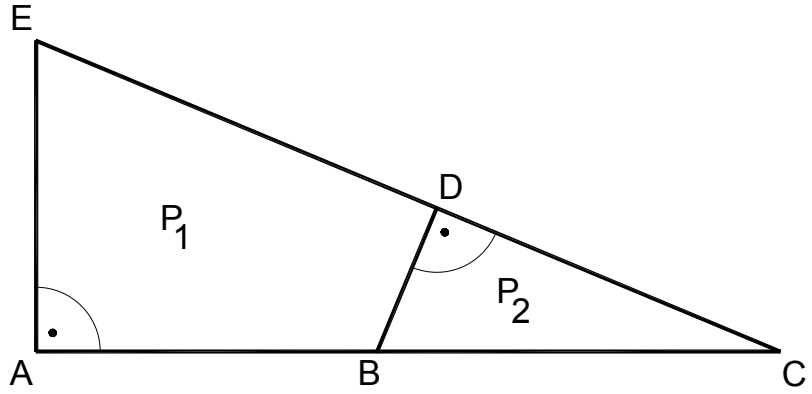
a) Wyznacz równanie symetralnej odcinka AB.

b) Prosta AB oraz prosta o równaniu $3x-2y-11=0$ przecinają się w punkcie C. Oblicz współrzędne punktu C.



Zadanie 7. (*7 pkt*)

Państwo Nowakowie przeznaczyli 26000 zł na zakup działki. Do jednej z ofert dołączono rysunek w skali 1:1000 dwóch przylegających do siebie działek. Jeden metr kwadratowy gruntu w tej ofercie kosztuje 35 zł. Oblicz, czy przeznaczona przez państwa Nowaków kwota wystarczy na zakup działki P_2.



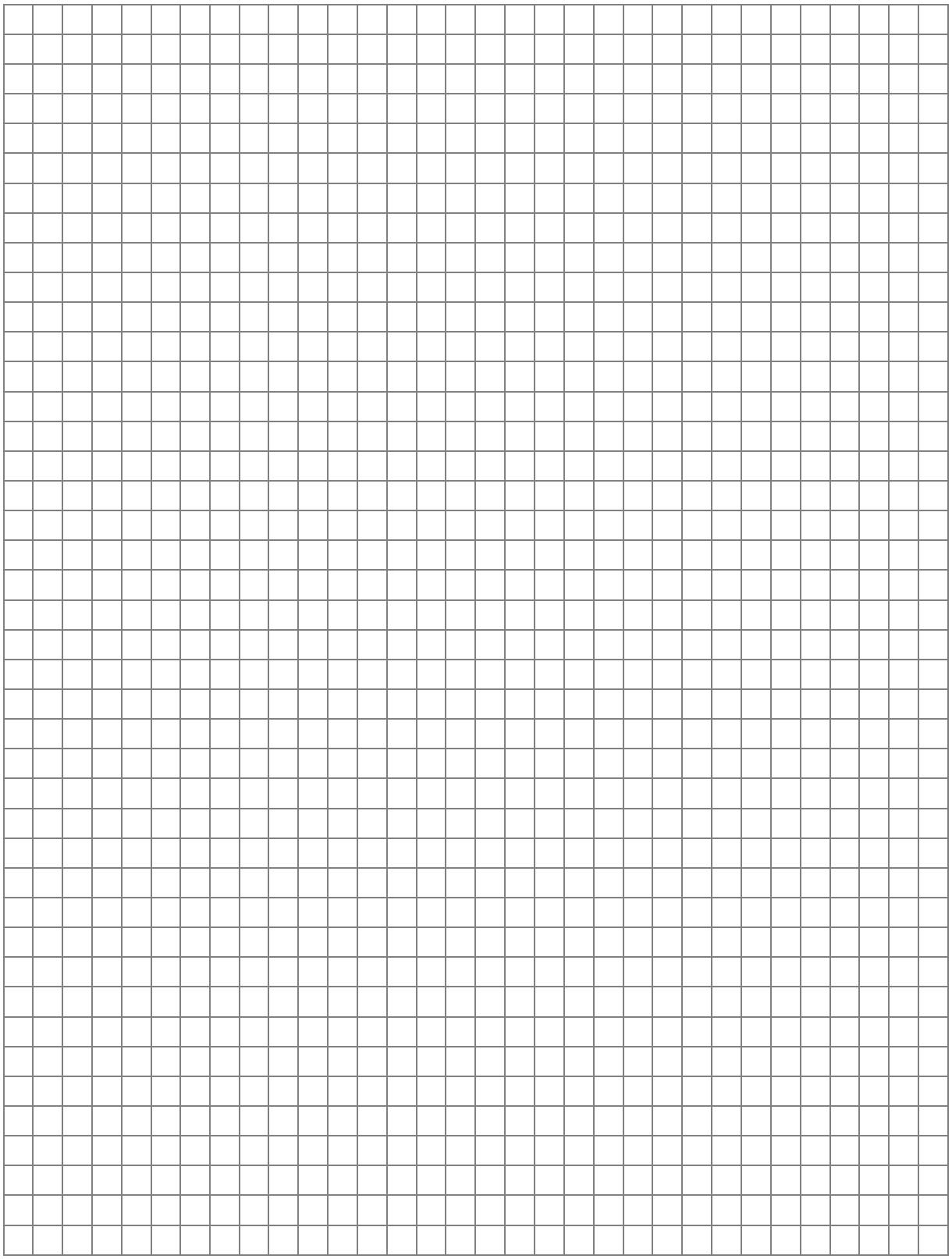
$|AE| = 5\text{ cm},$

$|EC| = 13\text{ cm},$

$|BC| = 6,5\text{ cm}.$

Zadanie 8. (*4 pkt*)

W roku 2005 na uroczystości urodzin zapytano jubilata, ile ma lat. Jubilat odpowiedział: „Jeśli swój wiek sprzed 10 lat pomnożę przez swój wiek za 11 lat, to otrzymam rok mojego urodzenia”. Ułóż odpowiednie równanie, rozwiąż je i zapisz, w którym roku urodził się ten jubilat.



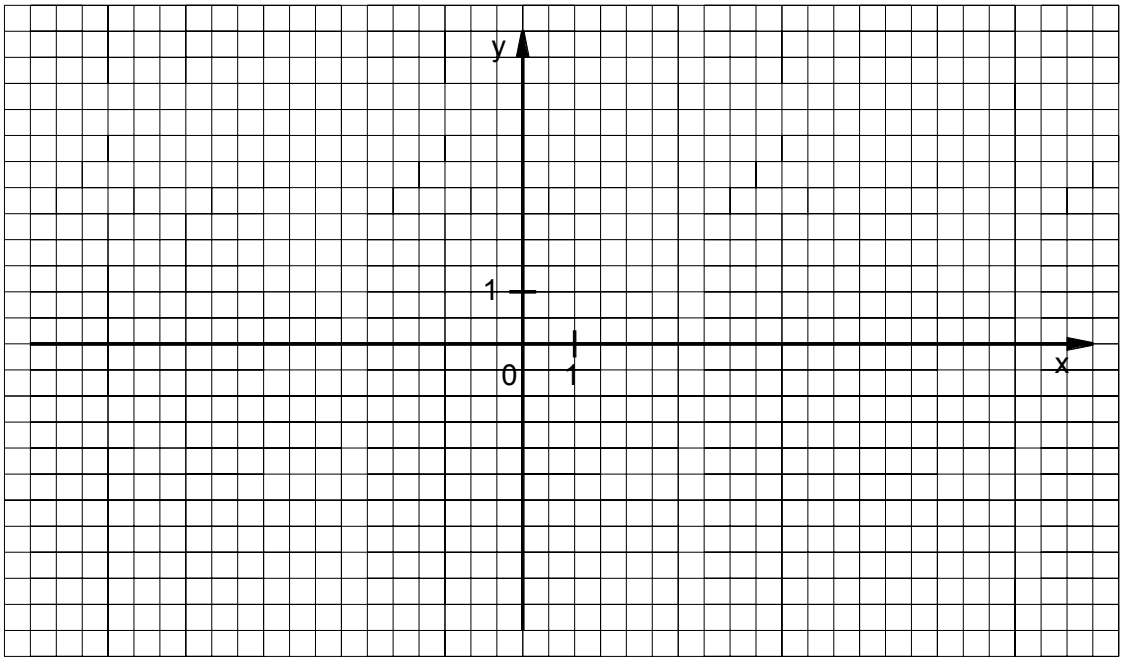
Zadanie 9. (*5 pkt*)

Dana jest funkcja $f(x) = -x^2 + 6x - 5$.

a) Narysuj f parabolę, która jest wykresem funkcji *f* i zaznacz na rysunku współrzędne jej wierzchołka oraz punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych.

b) Odczytaj z wykresu zbiór wartości funkcji *f*.

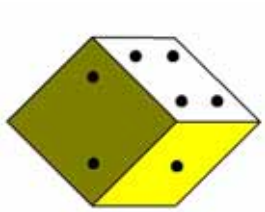
c) Rozwiąż nierówność $f(x) \geq 0$.



Zadanie 10. *(3 pkt)*

Gracz rzuca dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry i oblicza sumę wyrzuconych oczek. Jeśli suma ta jest jedną z liczb: 6, 7 lub 8, to gracz wygrywa. W pozostałych przypadkach przegrywa.

a) Uzupełnij tabelę, tak aby przedstawiała wszystkie możliwe wyniki tego doświadczenia losowego.



SUMA WYRZUCONYCH OCZEK

I rzut / II rzut	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4				
3	4	5				
4	5					
5						
6						

b) Podaj liczbę wyników sprzyjających wygranej gracza i oblicz prawdopodobieństwo wygranej.

Zadanie 11. (*6 pkt*)

Dach wieży ma kształt powierzchni bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego, którego krawędź podstawy ma długość 4 m. Ściana boczna tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60^o.

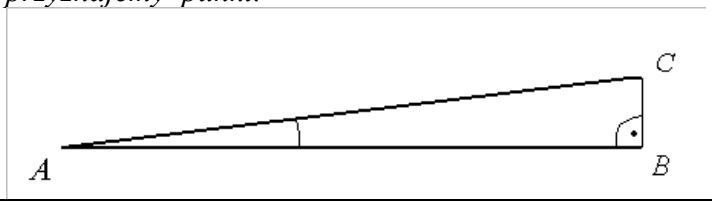
a) Sporządź pomocniczy rysunek i zaznacz na nim podane w zadaniu wielkości.

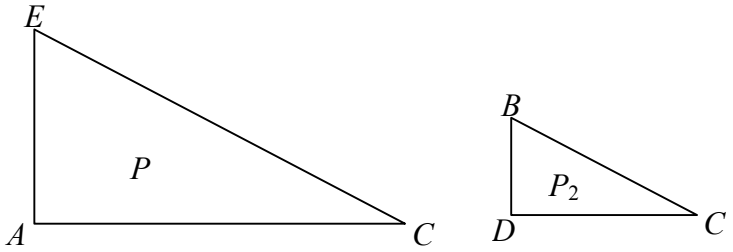
b) Oblicz, ile sztuk dachówek należy kupić, aby pokryć ten dach, wiedząc, że do pokrycia $1\,m^2$ potrzebne są 24 dachówki. Przy zakupie należy doliczyć 8% dachówek na zapas.

OCENIANIE
POZIOM PODSTAWOWY

Przedstawione w tabeli rozwiązania zadań należy traktować jako przykładowe. Odpowiedzi zdającego mogą przybierać różną formę, ale muszą być poprawne merytorycznie i rachunkowo.

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania		Liczba punktów
1.	1.1	Obliczenie różnicy wydatków: 64 zł.	1
	1.2	Obliczenie, ile procent kwoty 3200 zł Kowalscy przeznaczają na czynsz : $12{,}5\%$.	1
	1.3	Obliczenie, ile procent kwoty 3200 zł Kowalscy przeznaczają na wyżywienie: $56{,}5\%$.	1
	1.4	Obliczenie łącznej kwoty, którą państwo Kowalscy przeznaczają miesięcznie na gaz i energię oraz czynsz: 848 zł.	1
2.	2.1	Obliczenie średniej arytmetycznej: $\overline{x} = 20$.	1
	2.2	Obliczenie wariancji: $\sigma^2 = \frac{19}{15}$.	1
	2.3	Obliczenie odchylenia standardowego: $\sigma = \sqrt{1,2(6)} \approx 1{,}125$.	1
3.	3.1	Podanie przedziałów, w których funkcja jest rosnąca: $\langle -3,0\rangle$ i $\langle 3,6\rangle$.	1
	3.2	Podanie zbioru argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie: $\langle -6,-5)\cup(-1,1)\cup(5,6\rangle$.	1
	3.3	Podanie największej wartości funkcji f w przedziale $\langle -5,5\rangle$: 1.	1
	3.4	Podanie miejsc zerowych funkcji g: $-4, 0, 2, 6$.	1
	3.5	Wyznaczenie najmniejszej wartości funkcji h: -2.	1
4.	4.1	Wyznaczenie ilorazu ciągu geometrycznego: $q = \frac{3}{2}$ lub $q = -\frac{3}{2}$ i zapisanie odpowiedzi: Są dwa ciągi spełniające warunki zadania.	2
	4.2	Obliczenie a_6: $a_6 = 91{,}125$.	1

5.	5.1	Wykonanie rysunku lub wprowadzenie oznaczeń. *Jeżeli zdający nie wykona rysunku, ale wprowadzi czytelne oznaczenia przyznajemy punkt.* 	1
	5.2	Obliczenie długości odcinka BC: 120 cm.	1
	5.3	Zapisanie zależności $\sin \sphericalangle CAB = \frac{\lvert BC \rvert}{\lvert AC \rvert}$ i wyznaczenie długości odcinka AC: $\lvert AC \rvert = \frac{\lvert BC \rvert}{\sin 7^\circ}$.	1
	5.4	Obliczenie przybliżonej długości podjazdu i podanie odpowiedzi: 980 cm.	1
6.	6.1	Wyznaczenie równania prostej przechodzącej przez punkty A i B: $y = \frac{1}{3}x + \frac{8}{3}$.	1
	6.2	Wyznaczenie współrzędnych środka odcinka AB: $(1,3)$.	1
	6.3	Wyznaczenie współczynnika kierunkowego symetralnej odcinka AB: $a = -3$.	1
	6.4	Zapisanie równania symetralnej: $y = -3x + 6$.	1
	6.5	Zapisanie układu równań: $\begin{cases} 3x - 2y - 11 = 0 \\ \frac{1}{3}x - y + \frac{8}{3} = 0 \end{cases}$	1
	6.6	Wyznaczenie współrzędnych punktu C: $C = (7,5)$.	1

7.	7.1	Zauważenie podobieństwa trójkątów *ACE* i *DCB*.  Wyznaczenie skali podobieństwa k trójkątów *ACE* i *DCB* : $k = \frac{\lvert BC\rvert}{\lvert EC\rvert} = \frac{6,5}{13} = \frac{1}{2}$.	1
	7.2	Wyznaczenie zależności między polami trójkątów podobnych P i P_2: $P_2 = \frac{1}{4}P$.	1
	7.3	Obliczenie długości odcinka *AC:* $\lvert AC\rvert = 12\,\text{cm}$.	1
	7.4	Obliczenie pola działki P (na rysunku): P=30 cm^2.	1
	7.5	Obliczenie pola działki P (w rzeczywistości): P=3000 m^2.	1
	7.6	Obliczenie pola działki P_2 : P_2=750 m^2.	1
	7.7	Obliczenie kosztu zakupu działki P_2 i podanie poprawnej odpowiedzi: Przeznaczona kwota nie wystarczy na zakup tej działki.	1
8.	8.1	Zapisanie równania opisującego podaną w zadaniu sytuację, np.: $(x-10)\cdot(x+11) = 2005 - x$, gdzie x oznacza obecny wiek jubilata *(Zapis założenia $x > 0$ albo $x \in N^+$ może być pominięty)*.	1
	8.2	Doprowadzenie wyjściowego równania do postaci równania kwadratowego zupełnego: $x^2 + 2x - 2115 = 0$.	1
	8.3	Rozwiązanie równania: $x = -47$ oraz $x = 45$.	1
	8.4	Zapisanie odpowiedzi: Jubilat urodził się w 1960 roku.	1
9.	9.1	Wyznaczenie wierzchołka paraboli: $W = (3,4)$.	1
	9.2	Naszkicowanie wykresu funkcji *f*.	1
	9.3	Podanie zbioru wartości funkcji: $(-\infty, 4\rangle$.	1
	9.4	Wyznaczenie miejsc zerowych funkcji: $x_1 = 1$, $x_2 = 5$.	1
	9.5	Podanie zbioru rozwiązań nierówności: $x \in \langle 1,5\rangle$.	1

10.	10.1	Uzupełnienie tabeli (punkt przyznajemy również w przypadku jednego błędu nieuwagi).	1
	10.2	Podanie liczby wyników sprzyjających wygranej gracza: 16.	1
	10.3	Obliczenie prawdopodobieństwa wygranej: $\frac{4}{9}$.	1
11.	11.1	Sporządzenie rysunku i wprowadzenie oznaczeń.	1
	11.2	Wyznaczenie wysokości ściany bocznej: $h = 4\,\text{m}$.	1
	11.3	Obliczenie pola powierzchni dachu: $P = 32\,\text{m}^2$.	1
	11.4	Obliczenie liczby dachówek, które należy kupić. Liczba dachówek bez zapasu – 768. Liczba dachówek z zapasem – $108\% \cdot 768 = 829,44$.	2
	11.5	Podanie prawidłowej odpowiedzi: 830.	1

Za prawidłowe rozwiązanie każdego z zadań inną metodą niż przedstawiona w schemacie przyznajemy maksymalną liczbę punktów.

Miejsce na naklejkę z kodem szkoły

dysleksja ☐

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy 180 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 14 stron (zadania 1 – 12). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym przy każdym zadaniu.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla, linijki oraz kalkulatora.
8. Wypełnij tę część karty odpowiedzi, którą koduje zdający. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
9. Na karcie odpowiedzi wpisz swoją datę urodzenia i PESEL. Zamaluj ■ pola odpowiadające cyfrom numeru PESEL. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ◉ i zaznacz właściwe.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**

Wypełnia zdający przed rozpoczęciem pracy

PESEL ZDAJĄCEGO

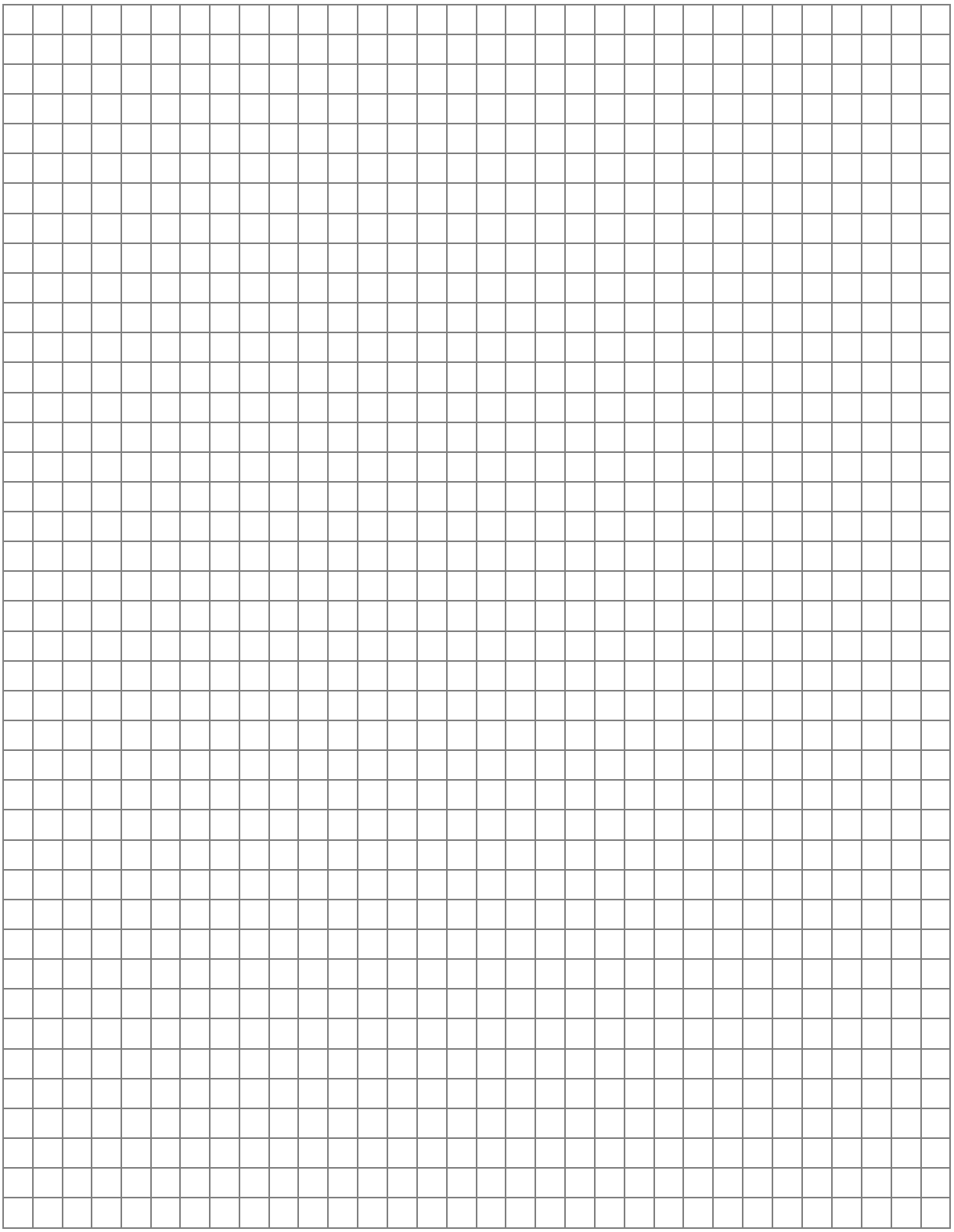
KOD ZDAJĄCEGO

Zadanie 1. *(6 pkt)*

Dany jest ciąg (a_n) o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{5-3n}{7}$ $n = 1, 2, 3, \ldots$.

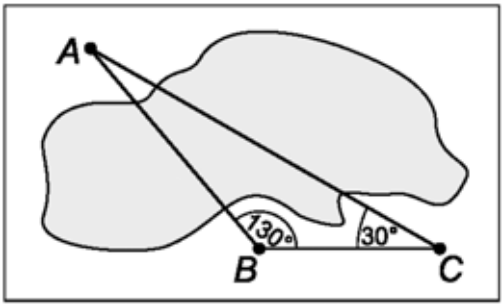
a) Sprawdź, czy ciąg (a_n) jest arytmetyczny.

b) Oblicz, dla jakiej wartości x liczby a_4, $x^2 + 2$, a_{11} są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego.



Zadanie 2. (*3 pkt)*

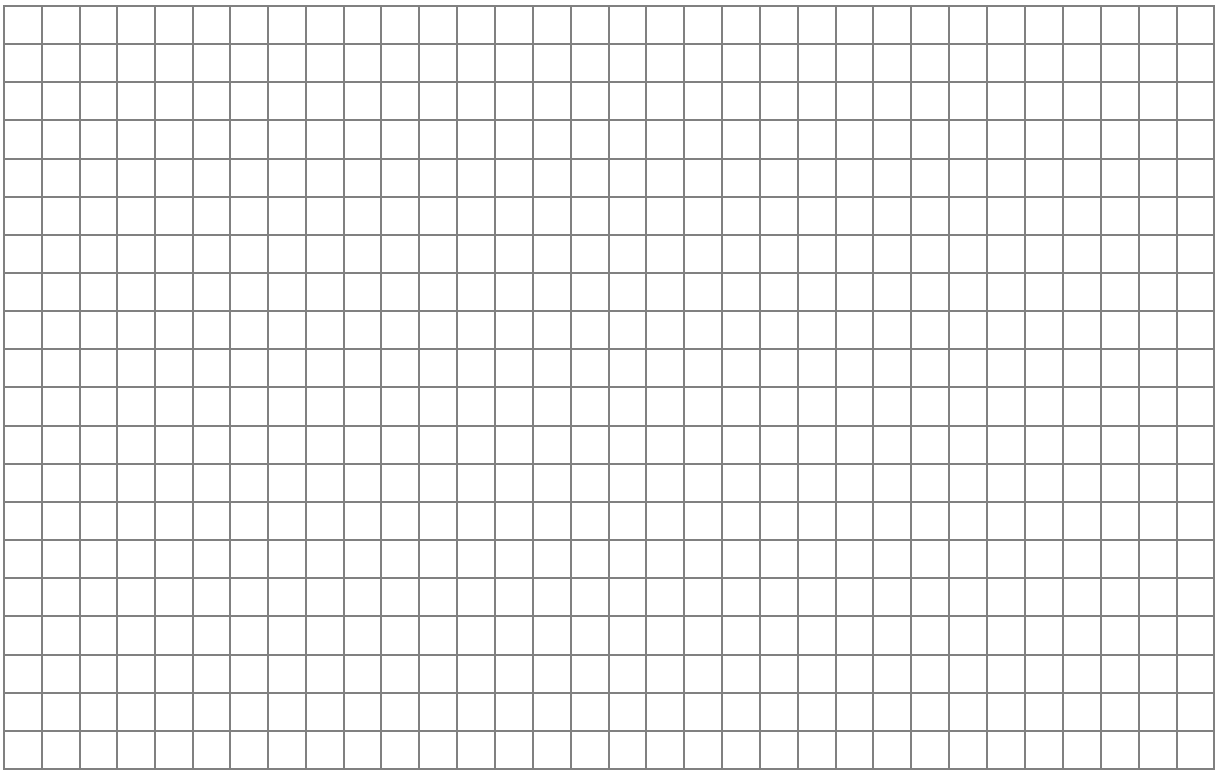
Obiekty *A* i *B* leżą po dwóch stronach jeziora. W terenie dokonano pomiarów odpowiednich kątów i ich wyniki przedstawiono na rysunku. Odległość między obiektami *B* i *C* jest równa 400 m. Oblicz odległość w linii prostej między obiektami *A* i *B* i podaj wynik, zaokrąglając go do jednego metra.



Zadanie 3. (3 *pkt)*

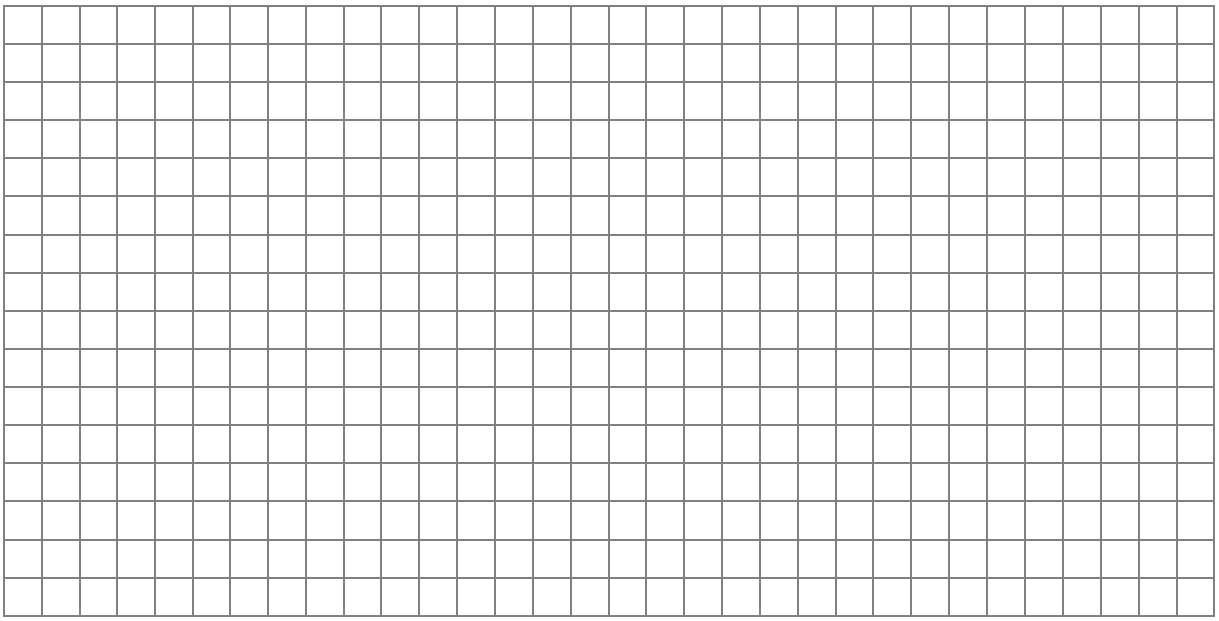
Dana jest funkcja kwadratowa $f(x)=\frac{1}{2}x^2-2$.

a) Narysuj wykres funkcji f w przedziale $\langle -4,3)$.



b) Narysuj wykres funkcji $g(x)=\frac{|f(x)|}{f(x)}$, której dziedziną jest zbiór $(-5,-2)\cup(-2,2)\cup(2,5)$.

c) Zapisz zbiór rozwiązań nierówności $g(x)<0$.

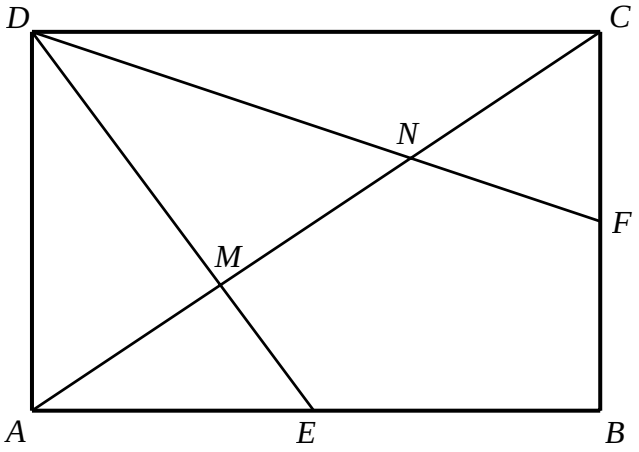


Zadanie 4. (*4 pkt)*

W prostokącie *ABCD* wierzchołek *D* połączono odcinkami ze środkami *E* i *F* boków *AB* i *BC*, zaś *M* i *N* to punkty przecięcia tych odcinków z przekątną *AC* (patrz rysunek).

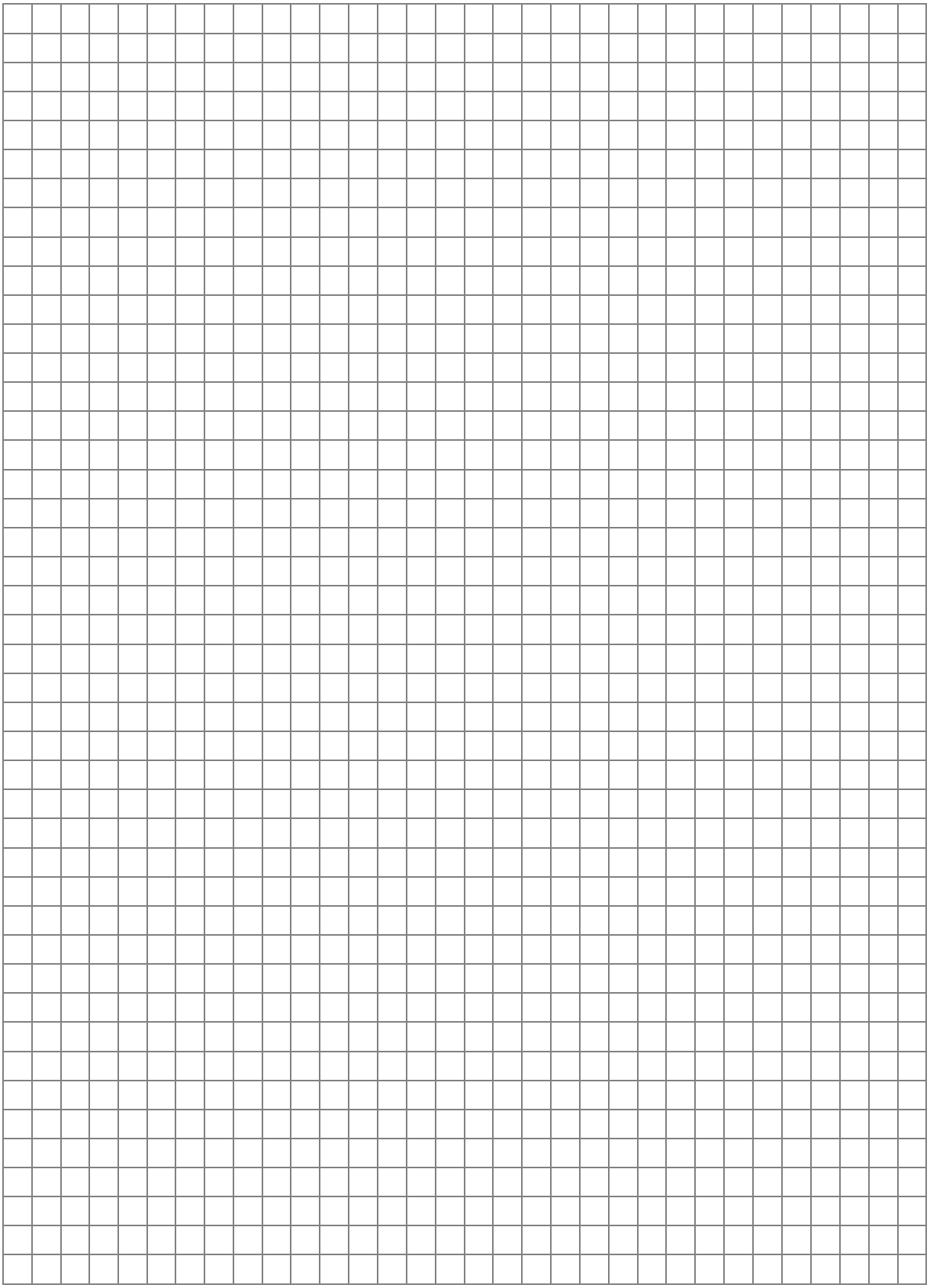
a) Uzasadnij, że odcinki *AM*, *MN* i *NC* są jednakowej długości.

b) Uzasadnij, że trójkąty *AEM* i *CNF* mają równe pola.



Zadanie 5. *(4 pkt)*

Dane są punkty $A=(-4, 32)$ i $B=(-36, 16)$. Wykaż, że koło o średnicy AB jest zawarte w II ćwiartce prostokątnego układu współrzędnych.



Zadanie 6. (*6 pkt*)

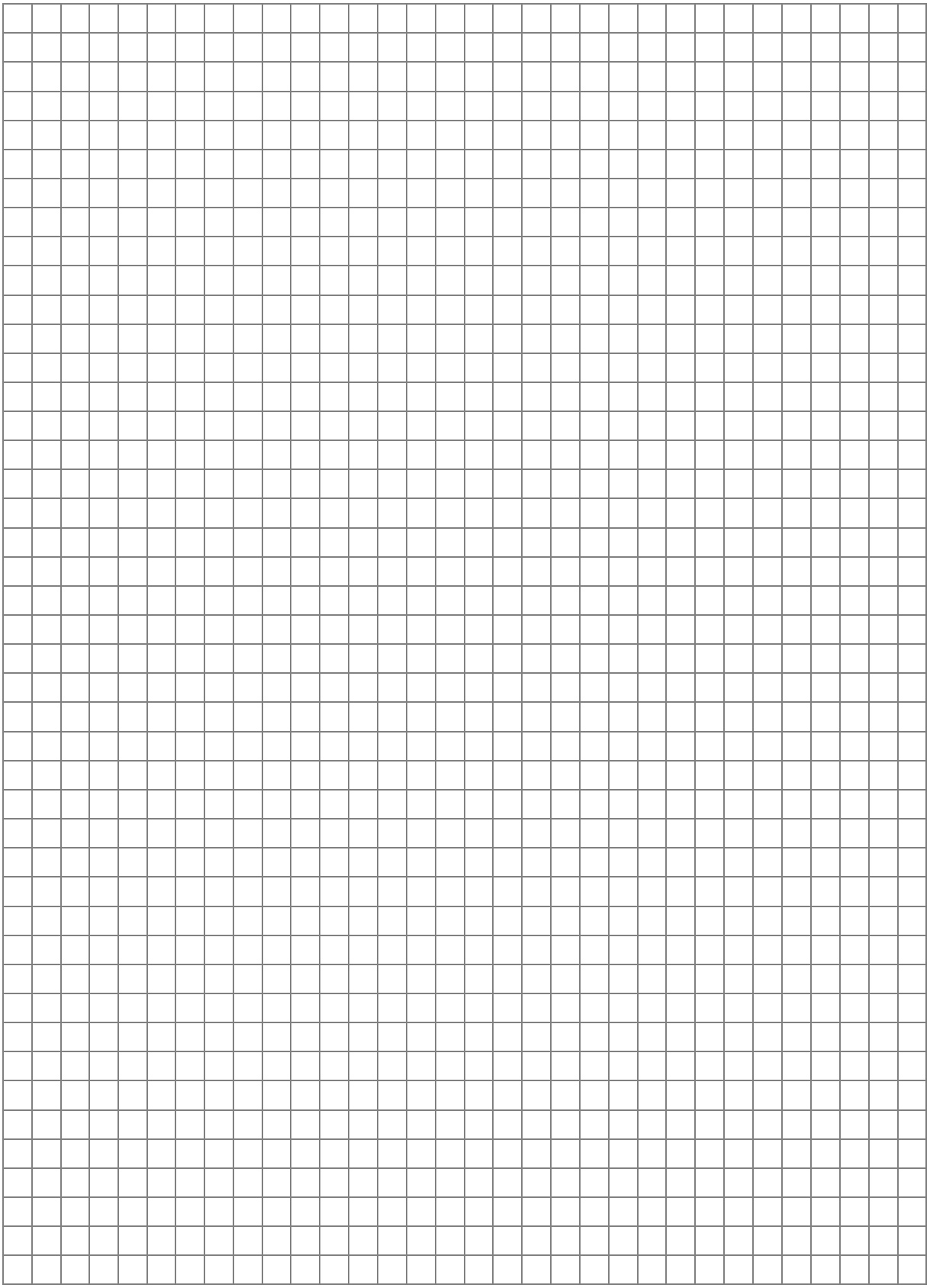
Dany jest wielomian $W(x) = x^3 + cx^2 + 7x + d$.

a) Wyznacz wartości współczynników c i d wielomianu W, gdy jest podzielny przez dwumian $(x+2)$, zaś przy dzieleniu przez dwumian $(x-1)$ otrzymujemy resztę 3.

b) Dla $c = -5$ i $d = -3$ rozwiąż nierówność $W(x) \leq 0$.

Zadanie 7. (*3 pkt*)

Wyznacz wszystkie rozwiązania równania $2\cos^2 x = \cos x$ należące do przedziału $\langle 0, 2\pi \rangle$.



Zadanie 8. *(4 pkt)*

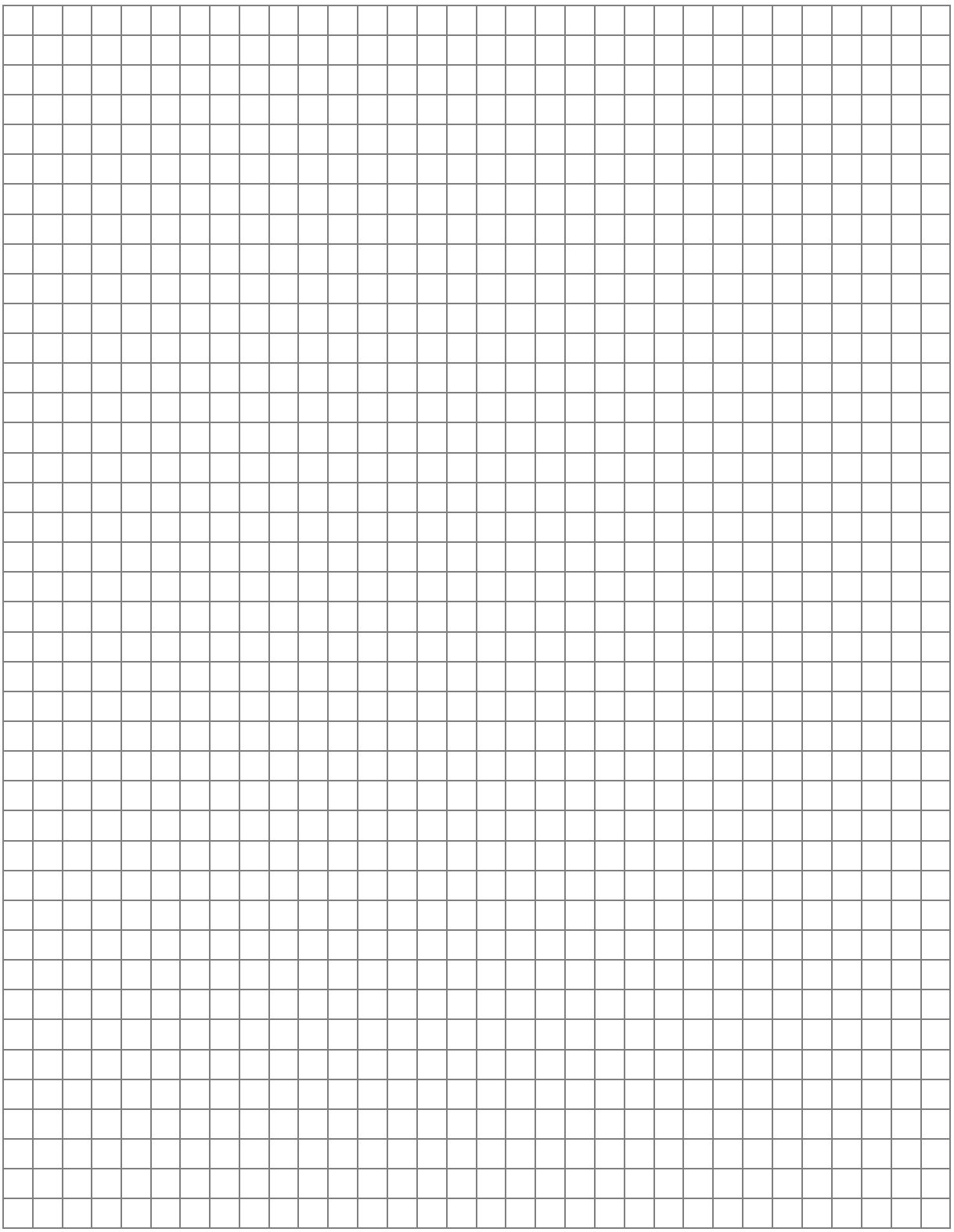
Dany jest ciąg (a_n) o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{120}{n+1}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Ze zbioru liczb $\{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{11}\}$ losujemy kolejno, trzy razy po jednej liczbie ze zwracaniem. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia *A* – wylosujemy trzy liczby całkowite, które będą kolejnymi wyrazami ciągu malejącego.

Zadanie 9. (*6 pkt)*

Na okręgu o danym promieniu r opisano trapez równoramienny $ABCD$ o dłuższej podstawie AB i krótszej CD. Punkt styczności K dzieli ramię BC tak, że $\frac{|CK|}{|KB|} = \frac{2}{3}$.

a) Wyznacz długość ramienia tego trapezu.

b) Oblicz cosinus kąta CBD.



Zadanie 10. (*6 pkt*)

Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny, w którym długość krawędzi podstawy jest równa a. Kąt między krawędzią boczną i krawędzią podstawy ma miarę 45°. Ostrosłup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez krawędź podstawy i środek przeciwległej jej krawędzi bocznej. Sporządź rysunek ostrosłupa i zaznacz otrzymany przekrój. Oblicz pole tego przekroju.

Zadanie 11. (*5 pkt*)

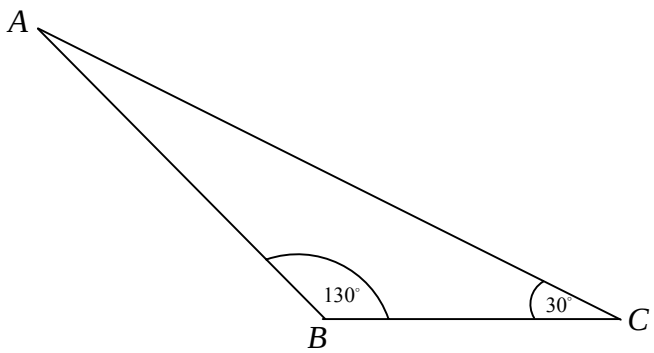
Ostrokątny trójkąt równoramienny *ABC* o podstawie *AB* jest wpisany w okrąg o równaniu $x^2 + y^2 = 25$. Punkty *A* i *B* leżą na prostej o równaniu $y = x - 5$.

a) Oblicz współrzędne punktów: *A*, *B*, *C*.

b) Oblicz kąty trójkąta *ABC*.

OCENIANIE
POZIOM ROZSZERZONY

Przedstawione w tabeli rozwiązania zadań należy traktować jako przykładowe. Odpowiedzi zdającego mogą przybierać różną formę, ale muszą być poprawne merytorycznie i rachunkowo.

Numer zadania		Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
1.	1.1	Zapisanie wyrazu a_{n+1}: $a_{n+1}=\frac{2-3n}{7}$ lub $a_{n+1}=\frac{5-3(n+1)}{7}$.	1
	1.2	Wyznaczenie różnicy ciągu: $a_{n+1}-a_n=-\frac{3}{7}$ oraz zapisanie wniosku: ciąg (a_n) jest ciągiem arytmetycznym.	1
	1.3	Wyznaczenie wyrazów ciągu (a_n): $a_4=-1$; $a_{11}=-4$.	1
	1.4	Wykorzystanie definicji lub własności ciągu geometrycznego do zapisania warunków zadania.	1
	1.5	Zapisanie równania (alternatywy równań) z jedną niewiadomą x.	1
	1.6	Rozwiązanie równania i podanie odpowiedzi: $x=0$.	1
2.	2.1	 Zastosowanie twierdzenia sinusów do wyznaczenia szukanej odległości: np. $\frac{400}{\sin 20^\circ}=\frac{\lvert AB\rvert}{\sin 30^\circ}$.	1
	2.2	Obliczenie odległości obiektu A od obiektu B: $\lvert AB\rvert=\frac{200}{\sin 20^\circ}$.	1
	2.3	Podanie odpowiedzi: 585 metrów.	1
3.	3.1	Narysowanie wykresu funkcji $f(x)=0,5x^2-2$ w przedziale $\langle -4,3)$.	1
	3.2	Narysowanie wykresu funkcji $g(x)=\frac{\lvert f(x)\rvert}{f(x)}$ w podanej dziedzinie.	1
	3.3	Zapisanie zbioru rozwiązań nierówności: $x\in(-2,2)$.	1

4.	4.1	Wyznaczenie skali podobieństwa par trójkątów podobnych: $\Delta CNF \sim \Delta AND$ i $\Delta AEM \sim \Delta MDC$: $k = \frac{1}{2}$.	1
	4.2	Sformułowanie wniosku dotyczącego długości odcinków AM, MN, NC.	1
	4.3	Wyznaczenie długości odcinków, które są potrzebne do obliczenia pól trójkątów *AEM* i *CNF*.	1
	4.4	Wykazanie równości pól trójkątów.	1
5.	5.1	Wyznaczenie współrzędnych środka koła: $S = (-20, 24)$.	1
	5.2	Wyznaczenie długości promienia koła: $r = 8\sqrt{5}$.	1
	5.3	Uzasadnienie odpowiedzi.	2
6.	6.1	Obliczenie wartości $W(-2)$ oraz $W(1)$: $W(-2) = 4c + d - 22$, $W(1) = c + d + 8$.	1
	6.2	Ułożenie układu równań: $\begin{cases} 4c + d = 22 \\ c + d = -5 \end{cases}$	1
	6.3	Rozwiązanie układu równań: $c = 9,\ \ d = -14$.	1
	6.5	Wyznaczenie pierwiastków wielomianu: $x_1 = 1,\ \ x_2 = 3$.	2
	6.6	Rozwiązanie nierówności: $x \in (-\infty, 3\rangle$.	1
7.	7.1	Wyznaczenie $\cos x$ z danego równania: $\cos x = 0$ lub $\cos x = \frac{1}{2}$.	1
	7.2	Wybranie i zapisanie rozwiązań należących do przedziału $\langle 0, 2\pi\rangle$: $x_1 = \frac{\pi}{3},\ \ x_2 = \frac{\pi}{2},\ \ x_3 = \frac{3}{2}\pi$, $x_4 = \frac{5}{3}\pi$.	2
8.	8.1	Zapisanie jedenastu początkowych wyrazów ciągu: $\left\{60,\ 40,\ 30,\ 24,\ 20,\ 17\frac{1}{7},\ 15,\ 13\frac{1}{3},\ 12,\ 10\frac{10}{11}, 10\right\}$.	1
	8.2	Obliczenie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych: $11^3 = 1331$.	1
	8.3	Obliczenie liczby zdarzeń sprzyjających: $\binom{8}{3} = 56$.	1
	8.4	Obliczenie prawdopodobieństwa: $\frac{56}{1331}$.	1

9.	9.1	Wykorzystanie własności czworokąta opisanego na okręgu i stosunku podziału ramienia BC przez punkt styczności K do wprowadzenia oznaczeń np. długość ramienia trapezu $\lvert BC\rvert = 2x + 3x$, długości podstaw $\lvert AB\rvert = 6x$, $\lvert CD\rvert = 4x$.	1
	9.2	Wykorzystanie twierdzenia Pitagorasa i wyznaczenie x: $x = \frac{\sqrt{6}}{6}r$.	1
	9.3	Wyznaczenie długości ramienia: $\lvert BC\rvert = \frac{5\sqrt{6}}{6}r$.	1
	9.4	Wyznaczenie długości przekątnej trapezu: $\lvert BD\rvert = \frac{7\sqrt{6}}{6}r$.	1
	9.5	Zastosowanie twierdzenia cosinusów w trójkącie BCD: $\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}r\right)^2 = \left(\frac{5\sqrt{6}}{6}r\right)^2 + \left(\frac{7\sqrt{6}}{6}r\right)^2 - 2\cdot\frac{5\sqrt{6}}{6}r\cdot\left(\frac{7\sqrt{6}}{6}r\right)\cdot\cos\sphericalangle CBD$.	1
	9.6	Wykonanie obliczeń i podanie odpowiedzi: $\cos\sphericalangle CBD = \frac{29}{35}$.	1
10.	10.1	Sporządzenie rysunku ostrosłupa z zaznaczonym przekrojem.	1
	10.2	Obliczenie długości krawędzi bocznej ostrosłupa: $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.	1
	10.3	Wyznaczenie cosinusa kąta nachylenia krawędzi bocznej ostrosłupa do płaszczyzny jego podstawy: $\cos\alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$.	1
	10.4	Obliczenie długości wysokości przekroju: $\frac{a\sqrt{6}}{4}$	2
	10.5	Obliczenie pola przekroju: $S = \frac{\sqrt{6}}{8}a^2$.	1
11.	11.1	Wyznaczenie współrzędnych punktów A, B: $A = (0,-5)$, $B = (5,0)$	1
	11.2	Wyznaczenie równania symetralnej odcinka AB: $y = -x$.	1
	11.3	Obliczenie współrzędnych punktu C: $C = \left(\frac{-5\sqrt{2}}{2}, \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$.	2
	11.4	Obliczenie miar kątów trójkąta ABC: 45°, $67{,}5^\circ$, $67{,}5^\circ$.	1

Za prawidłowe rozwiązanie każdego z zadań inną metodą niż przedstawiona w schemacie przyznajemy maksymalną liczbę punktów.

Centralna Komisja Egzaminacyjna
ul Łucka 11, 00-842 Warszawa
tel. 022 656 38 00, fax 022 656 37 57
www.cke.edu.pl ckesekr@cke.edu.pl

OKE Gdańsk
ul. Na Stoku 49, 80-874 Gdańsk,
tel. (0-58) 320 55 90, fax.320 55 91
www.oke.gda.pl komisja@oke.gda.pl

OKE Jaworzno
ul. Mickiewicza 4, 43-600 Jaworzno
tel.(0-32) 616 33 99 w.101
fax.616 33 99 w.108, www.oke.jaw.pl
oke@oke.jaw.pl

OKE Kraków
al. F. Focha 39, 30-119 Kraków
tel.(0-12) 618 12 01/02/03, fax.427 28 45
www.oke.krakow.pl oke@oke.krakow.pl

OKE Łomża
ul. Nowa 2, 18-400 Łomża
Tel/fax. (0-86) 216 44 95
www.okelomza.com
sekretariat@oke.lomza.com

OKE Łódź
ul. Praussa 4, 94-203 Łódź
tel. (0-42) 634 91 33 s: 664 80 50/51/52
fax. 634 91 54
www.komisia.pl komisja@komisja.pl

OKE Poznań
ul. Gronowa 22, 61-655 Poznań
tel.(0-61) 852 13 07, 852 13 12, fax. 852 14 41
www.oke.poznan.pl
sekretariat@oke.poznan.pl

OKE Warszawa
ul. Grzybowska 77, 00-844 Warszawa
tel. (0-22) 457 03 35, fax. 457 03 45
www.oke.waw.pl info@oke.waw.pl

OKE Wrocław
ul. Zielińskiego 57, 53-533 Wrocław
tel. sek. (0-71) 785 18 52, fax. 785 18 73
www.oke.wroc.pl sekret@oke.wroc.pl