

Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

**LISTOPAD
2018**

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1.–34.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–24.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (25.–34.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

--	--	--

**KOD
ZDAJĄCEGO**

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–24. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Wynikiem działania $49^{-6} : 7^{-15}$ jest:

A. 7^{-21}

B. 7^3

C. 7^8

D. 7^{-27}

Zadanie 2. (0–1)

Wyrażenie $\log_3(\log 30 - \log 3)$ jest równe:

A. $\log_3 10$

B. 0

C. 1

D. 3

Zadanie 3. (0–1)

Liczbą odwrotną do liczby $\frac{\sqrt{6}-3}{3}$ jest:

A. $\frac{3-\sqrt{6}}{3}$

B. $-\sqrt{6}-3$

C. $3+\sqrt{6}$

D. $\frac{\sqrt{6}+3}{5}$

Zadanie 4. (0–1)

Urząd skarbowy został zobowiązany do zwrotu podatku w wysokości 235,40 zł. Kwotę tę zaokrąglono do pełnych dziesiątek złotych. Błąd względny tego zaokrąglenia wyrażony w procentach wyniósł około:

A. 0,04%

B. 1,95%

C. 1,92%

D. 2,29%

Zadanie 5. (0–1)

Liczba $2 - 2(\sqrt{3} - 1)^2$:

A. należy do przedziału $(1; +\infty)$

B. jest ujemna

C. jest równa 0

D. należy do przedziału $(0; 1)$

Zadanie 6. (0–1)

Nierówność $\frac{1}{3} - \frac{1}{2}x < \frac{1}{6}$ jest równoważna nierówności:

A. $x > \frac{1}{3}$

B. $x < \frac{1}{3}$

C. $x > 3$

D. $x < 3$

Zadanie 7. (0–1)

Liczba różnych rozwiązań równania $\frac{3x(x^2-9)}{x-3} = 0$ wynosi:

A. 4

B. 3

C. 2

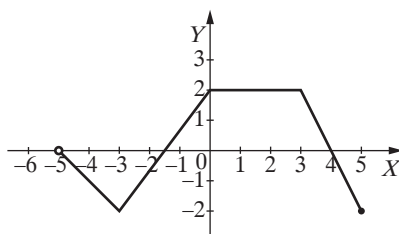
D. 1

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

A large rectangular area filled with a fine grid of squares, intended for rough work or calculations. The grid consists of 20 columns and 30 rows of squares.

Zadanie 8. (0–1)

Na rysunku przedstawiono wykres pewnej funkcji f . Maksymalny przedział, w którym funkcja f jest rosnąca, to:



- A. $\langle -2; 0 \rangle$ B. $\langle -2; 2 \rangle$ C. $\langle -3; 2 \rangle$ D. $\langle -3; 0 \rangle$

Zadanie 9. (0–1)

Wykres funkcji liniowej $f(x) = \frac{8-3x}{2}$ przecina osie układu współrzędnych w punktach A i B .

Pole trójkąta ABO , w którym punkt O jest początkiem układu współrzędnych, wynosi:

- A. $10\frac{2}{3}$ B. $5\frac{1}{3}$ C. $21\frac{1}{3}$ D. $7\frac{1}{2}$

Zadanie 10. (0–1)

Zbiorem wartości funkcji $f(x) = -(x+7)(x-3)$ jest:

- A. $(-\infty; 25)$ B. $(-\infty; -2)$ C. $\langle 25; +\infty \rangle$ D. $\left(-\infty; 2\frac{1}{2}\right)$

Zadanie 11. (0–1)

Wykres funkcji $f(x) = -3^x$ przesunięto równolegle wzdłuż osi OX o dwie jednostki w prawo i otrzymano wykres funkcji $y = g(x)$. Wówczas:

- A. $g(x) = -3^x + 2$ B. $g(x) = -3^{x+2}$ C. $g(x) = -3^x - 2$ D. $g(x) = -3^{x-2}$

Zadanie 12. (0–1)

Dodatnich wyrazów ciągu określonego wzorem $a_n = -2n + 2018$ dla $n \geq 1$ jest:

- A. nieskończenie wiele B. 1009 C. 1008 D. 2016

Zadanie 13. (0–1)

Sumę n początkowych wyrazów ciągu $(4, 6, 9, \dots)$ można obliczyć ze wzoru:

- A. $n(n+3)$ B. $\frac{3n+5}{2} \cdot n$ C. $8 \left[\left(\frac{3}{2} \right)^n - 1 \right]$ D. $2 \left[\left(\frac{3}{2} \right)^n - 1 \right]$

Zadanie 14. (0–1)

W pewnym ciągu arytmetycznym suma dwóch pierwszych wyrazów jest równa $5\frac{1}{2}$, a suma trzech pierwszych wyrazów jest równa 12. Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy:

- A. $1\frac{1}{2}$ B. $4\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. 1

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 15. (0–1)

Dla pewnego kąta wypukłego α mamy $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Kąt α ma miarę:

- A. 210° B. 60° C. 90° D. 120°

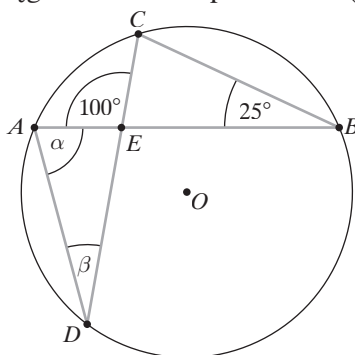
Zadanie 16. (0–1)

Wysokość rombu jest równa 12, a jego pole jest równe 180. Sinus kąta ostrego rombu wynosi:

- A. 0,4 B. 0,6 C. 0,75 D. 0,8

Zadanie 17. (0–1)

Punkty A , B , C i D należą do okręgu o środku w punkcie O (patrz rys.). Suma $\alpha + \beta$ wynosi:



- A. 125° B. 120° C. 100° D. 90°

Zadanie 18. (0–1)

Obserwowana w laboratorium populacja bakterii podwaja swoją liczebność co 20 minut. Początkowa liczba bakterii wynosiła K sztuk. Oznacza to, że po upływie n godzin liczebność populacji wyniesie:

- A. $K \cdot 2^{3n}$ B. $K \cdot 6^n$ C. K^{3n} D. $K \cdot 3n$

Zadanie 19. (0–1)

Przeciwnie wierzchołki kwadratu mają współrzędne $A = (1, -3)$ i $C = (-5, 3)$. Bok kwadratu ma długość:

- A. 12 B. $6\sqrt{2}$ C. $3\sqrt{2}$ D. 6

Zadanie 20. (0–1)

Ilość wszystkich liczb czterocyfrowych, w których cyfry się nie powtarzają, wynosi:

- A. $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$ B. $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$ C. $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ D. $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6$

Zadanie 21. (0–1)

Rzucono trzy razy monetą symetryczną. Prawdopodobieństwo uzyskania jednej reszki wynosi:

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{7}{8}$ D. $\frac{1}{8}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

A large rectangular area filled with a fine grid of squares, intended for rough work or calculations. The grid consists of 20 columns and 30 rows of small squares.

Zadanie 22. (0–1)

Średnia arytmetyczna zestawu liczb 5, 8, 1, 3, x , 8 wynosi 6. Mediana tego zestawu jest równa:

A. 2

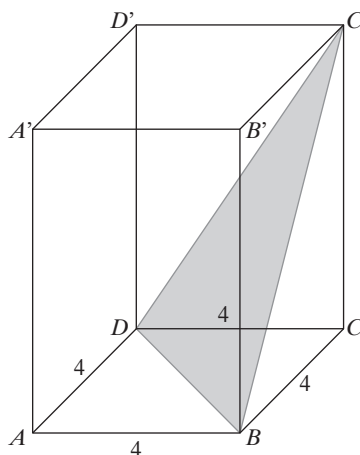
B. $6\frac{1}{2}$

C. 4

D. 8

Zadanie 23. (0–1)

Na rysunku przedstawiono graniastosłup prawidłowy czworokątny o krawędzi podstawy równej 4. Graniastosłup ten przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną BD podstawy i wierzchołek C' . Otrzymany przekrój jest trójkątem, którego wysokość poprowadzona z wierzchołka C' jest równa 12. Wysokość graniastosłupa jest równa:



A. $2\sqrt{35}$

B. $4\sqrt{7}$

C. $2\sqrt{34}$

D. $8\sqrt{2}$

Zadanie 24. (0–1)

Kula o promieniu 6 cm i walec o wysokości równej 4,5 cm mają równe objętości. Średnica podstawy walca ma długość:

A. 8 cm

B. $8\sqrt{2}$ cm

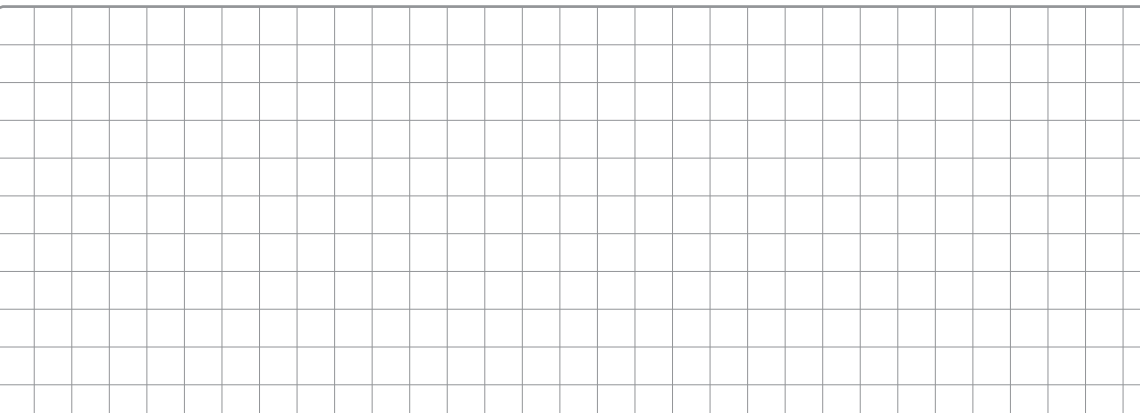
C. 16 cm

D. 20 cm

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

A large rectangular area filled with a fine grid of squares, intended for rough work or calculations. The grid consists of 20 columns and 30 rows of squares.

Zadanie 25. (0-2)

A large grid of graph paper, consisting of 20 columns and 15 rows of squares, intended for drawing a picture.

Zadanie 26. (0–2)

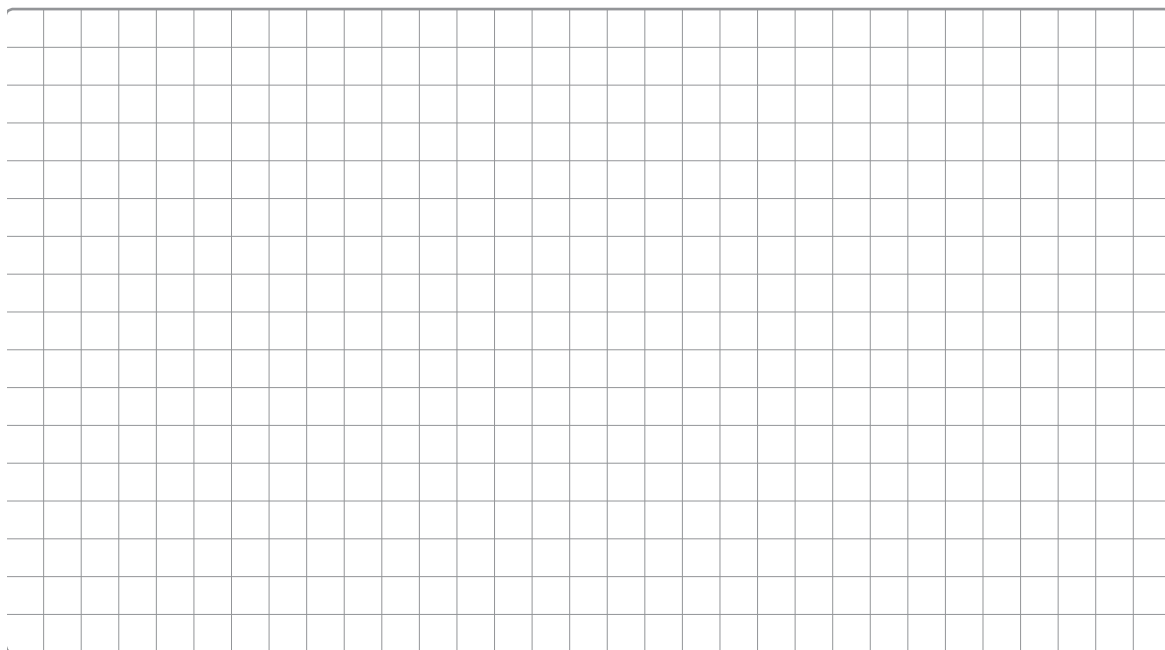
A diagram showing a triangle ABC with vertices A , B , and C . A line segment DC is drawn parallel to the base AB , where D is a point on AC and C is a point on AB . The line segment DC is parallel to AB . The intersection of AC and BD is labeled P .

A large grid of graph paper, consisting of 20 columns and 15 rows of squares, intended for drawing a picture.

10

Zadanie 27. (0–2)

Wykaż, że jeżeli liczby a i b są kolejnymi liczbami naturalnymi, to liczba $\left(a + \frac{1}{2}b\right)^2 - \left(a - \frac{1}{2}b\right)^2$ jest podzielna przez 4.



Zadanie 28. (0–2)

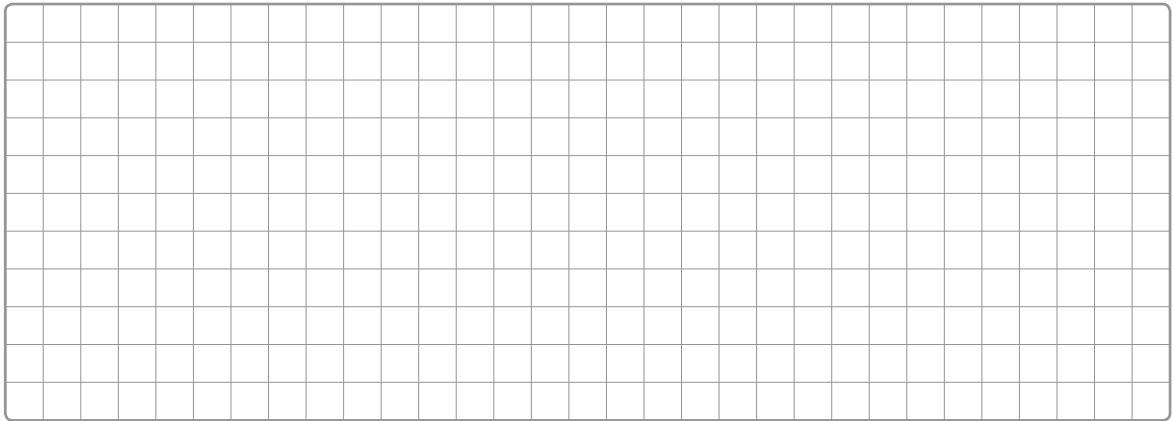
Wiedząc, że kąt α jest rozwarty oraz $\sin^2 \alpha = \frac{9}{25}$, oblicz $\operatorname{tg} \alpha$.



Odpowiedź:

Zadanie 29. (0–2)

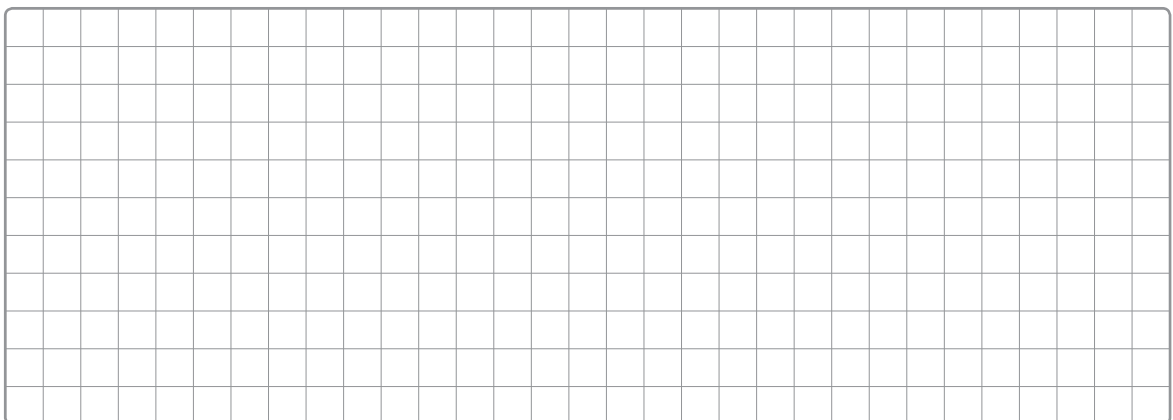
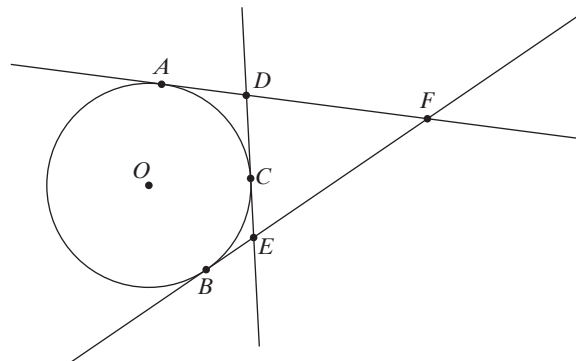
Dana jest funkcja $f(x) = -3x^2 + bx + c$ dla $x \in \mathbf{R}$. Prosta o równaniu $x = 2$ jest osią symetrii paraboli będącej jej wykresem, a zbiorem wartości funkcji f jest przedział $(-\infty; 21]$. Wyznacz współczynniki b i c .



Odpowiedź:

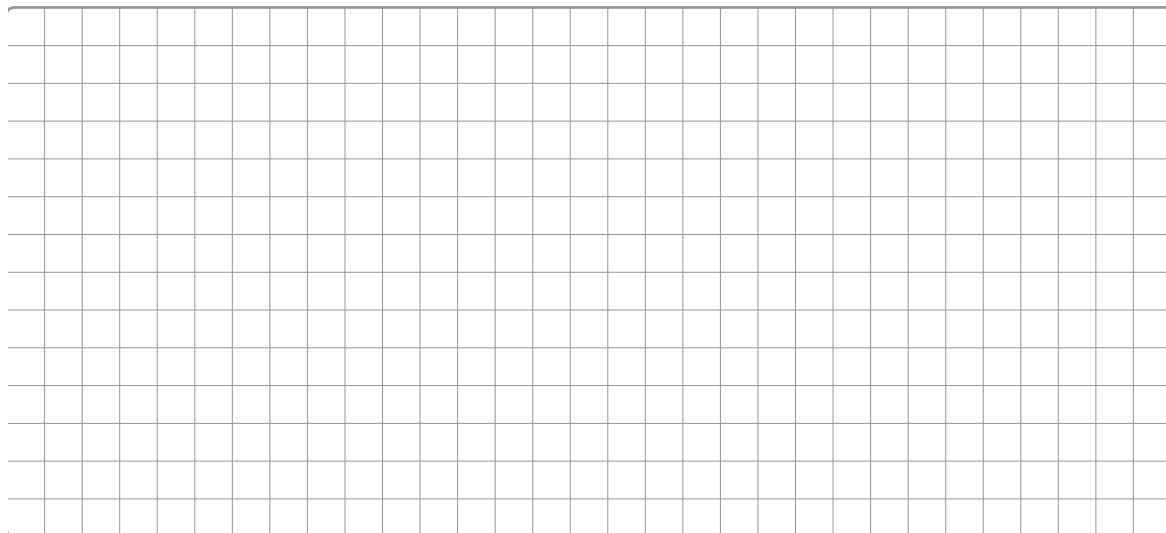
Zadanie 30. (0–2)

Do okręgu o środku w punkcie O poprowadzono z trzech punktów A, B i C leżących na okręgu styczne, które przecięły się w punktach D, E i F (zobacz rysunek). Wykaż, że jeżeli $|AF| = x$, to obwód trójkąta DEF jest równy $2x$.



Zadanie 31. (0–2)

Spośród wszystkich wierzchołków sześciokąta foremnego o krawędzi 1 losujemy dowolne dwa. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że wylosowane wierzchołki utworzą odcinek, którego długość jest liczbą niewymierną.



Odpowiedź:

Zadanie 32. (0–3)

Dany jest skończony, pięciowyrazowy ciąg $(4a - 5; a; b; b + 2; 9)$. Trzy pierwsze wyrazy tego ciągu są trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego, a trzy ostatnie są trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Oblicz a i b .



Odpowiedź:

Zadanie 33. (0–4)

Dany jest trójkąt ABC , w którym $A = (-9, 8)$. Bok BC tego trójkąta zawiera się w prostej o równaniu $y = -2x + 38$. Prosta zawierająca wysokość tego trójkąta poprowadzona z wierzchołka B ma równanie $3x + 2y - 61 = 0$. Wyznacz współrzędne wierzchołków B i C oraz napisz równanie prostej zawierającej wysokość trójkąta poprowadzoną z wierzchołka C .

Odpowiedź:

Zadanie 34. (0–5)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym krawędź boczna jest trzy razy dłuższa od wysokości ostrosłupa. Krawędź podstawy ma długość 12. Oblicz objętość i pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa.



Odpowiedź:

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

A large rectangular area filled with a fine grid of squares, intended for rough work or calculations. The grid is composed of 30 columns and 40 rows of small squares.