OPERON
Edukacja jest podróżą

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD	PESEL

Egzamin maturalny *Formuła 2023*

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Próbna Matura z Operonem 2024/2025

DATA: **20 listopada 2024 r.**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

- ☐ dostosowania zasad oceniania
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę.

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 25 stron (zadania 1.–32.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
3. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
4. Symbol zamieszczony w nagłówku zadania oznacza, że rozwiązanie zadania zamkniętego musisz przenieść na kartę odpowiedzi.
5. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
6. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
7. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
8. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
9. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

Arkusz opracowany przez Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON.
Kopiowanie w całości lub we fragmentach bez zgody wydawcy zabronione.

1.
0–1

Zadanie 1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{2}\right)^{-2}$ jest równa:

A. $\frac{100}{9}$ **B.** $\frac{1}{9}$ **C.** $-\frac{1}{9}$ **D.** 21

Brudnopis

2.
0–1

Zadanie 2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\frac{4^8+2^{20}}{16^5}$ jest równa:

A. $\frac{17}{16}$ **B.** $\frac{9}{10}$ **C.** $\frac{1}{4^5}$ **D.** 2^{12}

Brudnopis

3.
0–1–2

Zadanie 3. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej k liczba $(3k+2)^2+(k+3)^2+2k$ przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3.

ld 2 15.11.2024 13:05:59

Zadanie 4. (0–1)

4.
0–1

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $2\left(\log_{0,1} 3+\log_{0,1} 6\right)-\left(\log_{0,1} 27+\log_{0,1} 12\right)$ jest równa:

A. 1 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 3

Brudnopis

Zadanie 5. (0–1)

5.
0–1

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x wyrażenie $(x+2)^2-\frac{(2x+1)(x-2)}{2}$ jest równe:

A. $\frac{11}{2}x+5$ **B.** $\frac{4x^2+5x+6}{2}$ **C.** $2x^2+\frac{5}{2}x+3$ **D.** $\frac{11}{2}x-5$

Brudnopis

ld 3 15.11.2024 13:06:00

6.
0–1

Zadanie 6. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Najmniejszą liczbą pierwszą spełniającą nierówność $-4x+7x>(x-4)(x-2)-x^2$ jest liczba:

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 5

Brudnopis

7.
0–1

Zadanie 7. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie $\frac{x+3}{4x+8}=\frac{1}{x+1}$ w zbiorze liczb rzeczywistych:

A. nie ma rozwiązania

B. ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x=\sqrt{5}$

C. ma dwa rozwiązania, których suma wynosi 0

D. ma dokładnie dwa rozwiązania: (-3), (-1)

Brudnopis

ld 4 15.11.2024 13:06:01

Zadanie 8. (0–2)

8.
0–1–2

Rozwiąż równanie $(3x^2 - 33)(5x^2 - 4x) = 0$. Zapisz obliczenia.

Zadanie 9. (0–1)

9.
0–1

Miejscowości Pruszków i Tłuszcz są położone w odległości ok. 190 km od siebie. O godzinie 10.00 z Pruszkowa do Tłuszcza wyjeżdża pociąg osobowy poruszający się ze średnią prędkością 60 km/h. O godzinie 10.15 z Tłuszcza do Pruszkowa wyjeżdża pociąg pośpieszny poruszający się ze średnią prędkością 80 km/h. Oba pociągi mijają się w miejscu oddalonym o x km od Pruszkowa i o y km od Tłuszcza.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Układem równań, którego poprawne rozwiązanie doprowadzi do obliczenia liczby x – odległości pociągu wyjeżdżającego z Pruszkowa do miejsca spotkania oraz liczby y – odległości pociągu wyjeżdżającego z Tłuszcza do miejsca spotkania, jest:

A. $\begin{cases} x + y = 190 \\ \frac{x}{60} = \frac{y}{80} + \frac{1}{4} \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x + y = 190 \\ \frac{y}{60} = \frac{x}{80} + \frac{1}{4} \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x + y = 190 \\ \frac{x}{60} = \frac{y}{80} \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x + y = 190 \\ \frac{x}{60} = \frac{y}{80} - \frac{1}{4} \end{cases}$

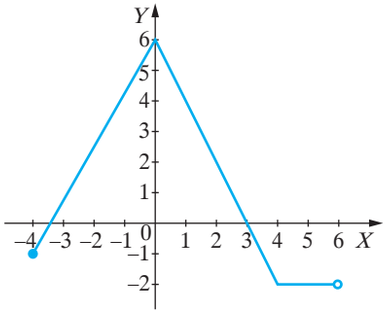
Brudnopis

ład 5 15.11.2024 13:06:03

10.
0–1–2

Zadanie 10. (0–2)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) narysowano wykres funkcji $y = f(x)$ określonej w przedziale $[-4, 6)$ (zobacz rysunek).



Uzupełnij tabelę dotyczącą własności funkcji *f*. Wpisz w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych literami A–F.

1.	Maksymalny przedział, w którym funkcja *f* jest rosnąca	
2.	Przedział, który określa zbiór wartości funkcji *f*	

A. $[-4, 0)$ **B.** $[-2, 6)$ **C.** $[-4, 0]$
D. $[-2, 6]$ **E.** $(-2, 6]$ **F.** $[0, 4]$

Brudnopis

ład 6 15.11.2024 13:06:04

Zadanie 11. (0–1)

11.
0–1

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = (p^2 - 16)x + p - 4$, gdzie $p \in \mathbb{R}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Funkcja f jest malejąca dla każdej liczby $p \in [-4, 4]$.	**P**	**F**
2.	Dla $p > 4$ wykres funkcji f przecina oś Oy w punkcie, którego druga współrzędna jest liczbą ujemną.	**P**	**F**

Brudnopis

ld 7 15.11.2024 13:06:05

12.
0–1

Zadanie 12. (0–1)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x)=(k^2-3k+2)x-k+2$, gdzie $k \in \mathbb{R}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja f nie ma miejsc zerowych dla:

A. $k=2$ **B.** $k=-2$ **C.** $k=1$ **D.** $k \in \{1,2\}$

Brudnopis

Zadanie 13.

Dana jest funkcja kwadratowa f określona wzorem $f(x)=-(x+1)^2+4$.

13.1.
0–1

Zadanie 13.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wartości funkcji f jest przedział:

A. $(-\infty,-1]$ **B.** $(-\infty,4]$ **C.** $[4,+\infty)$ **D.** $[-1,4]$

Brudnopis

ld 8 15.11.2024 13:06:08

Zadanie 13.2. (0–1)

13.2.
0–1

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Osią symetrii funkcji f jest prosta $x = -1$.	**P**	**F**
2.	Funkcja f przecina oś Oy w punkcie $(0, 3)$.	**P**	**F**

Brudnopis

Zadanie 13.3. (0–1)

13.3.
0–1

Funkcja kwadratowa g jest określona za pomocą funkcji kwadratowej f następująco: $g(x) = f(x+4)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja g jest określona wzorem:

A. $f(x) = -(x-3)^2 + 4$

B. $f(x) = -(x+1)^2 + 8$

C. $f(x) = -(x+5)^2 + 4$

D. $f(x) = -(x+1)^2$

Brudnopis

ld 9 15.11.2024 13:06:09

14.
0–1

Zadanie 14. (0–1)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x)=\frac{-3}{x}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 0$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla $x=1-\sqrt{3}$ wartość funkcji f jest równa:

A. $\frac{-3-\sqrt{3}}{2}$ **B.** $-3+3\sqrt{3}$ **C.** $\frac{-3+\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\frac{3+3\sqrt{3}}{2}$

Brudnopis

15.
0–1

Zadanie 15. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n=-(n+2)(4-n)$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wyrazami ujemnymi ciągu (a_n) są wyrazy pierwszy, drugi oraz trzeci.	**P**	**F**
2.	Dwa wyrazy ciągu (a_n) mają wartość zero.	**P**	**F**

Brudnopis

ld 10 15.11.2024 13:06:11

Zadanie 16. (0–1)

16.
0–1

Ciąg (b_n) jest określony za pomocą wzoru rekurencyjnego: $\begin{cases} b_1 = 3 \\ b_{n+1} = 4b_n - 5 \end{cases}$.

Uzupełnij poniższe zdanie. Wpisz odpowiednią wartość w wykropkowanym miejscu tak, aby zdanie było prawdziwe.

Czwarty wyraz tego ciągu ma wartość .....

Brudnopis

Zadanie 17. (0–1)

17.
0–1

Dany jest trzywyrazowy ciąg $(24, 4, 2m - 4)$.

Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź A albo B oraz odpowiedź 1., 2. albo 3.

Ten ciąg jest

A.	arytmetyczny	dla	**1.**	$m = \frac{7}{3}$
			2.	$m = 6$
B.	geometryczny		**3.**	$m = 1$

Brudnopis

ld 11 15.11.2024 13:06:11

18.
0–1–2

Zadanie 18. (0–2)

Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Czwarty wyraz tego ciągu jest równy 11, a suma czterech początkowych wyrazów tego ciągu jest równa 68.

Oblicz wartość pierwszego wyrazu ciągu (a_n). Zapisz obliczenia.

19.
0–1

Zadanie 19. (0–1)

Kąt α jest ostry.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}+\frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}$ jest równa:

A. $\frac{2}{\sin\alpha}$ **B.** $\frac{2}{\cos\alpha}$ **C.** 2 **D.** 1

Brudnopis

ld 12 15.11.2024 13:06:12

Zadanie 20.

Dany jest trójkąt ABC o bokach długości 12, 14 oraz 16. Wierzchołek C jest położony naprzeciwko najdłuższego boku trójkąta. Cosinus największego kąta tego trójkąta jest równy $-\frac{1}{4}$.

Zadanie 20.1. (0–2)

20.1.
0–1–2

Oblicz pole trójkąta ABC. Zapisz obliczenia.

Zadanie 20.2. (0–2)

20.2.
0–1–2

Oblicz cosinus najmniejszego kąta trójkąta ABC. Zapisz obliczenia.

ld 13 15.11.2024 13:06:13

21.
0–1

Zadanie 21. (0–1)

Dany jest trapez równoramienny o ramionach długości $\sqrt{6}$ i kącie między ramionami a dłuższą podstawą o mierze 45°.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wysokość tego trapezu ma długość:

A. $\sqrt{6}$ **B.** $\sqrt{3}$ **C.** $2\sqrt{3}$ **D.** 3

Brudnopis

Zadanie 22.

Dany jest trójkąt prostokątny ABC o przyprostokątnych długości $|AC| = \sqrt{6}$ oraz $|BC| = 2\sqrt{2}$.

22.1.
0–1

Zadanie 22.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Na tym trójkącie opisano okrąg. Długość promienia tego okręgu jest równa:

A. $\sqrt{14}$ **B.** $\sqrt{7}$ **C.** $\frac{1}{2}\sqrt{14}$ **D.** $\frac{1}{2}\sqrt{7}$

Brudnopis

ld 14 15.11.2024 13:06:14

Zadanie 22.2. (0–2)

22.2.
0–1–2

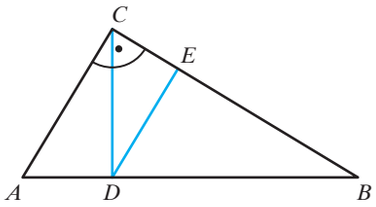
Oblicz odległość środka ciężkości tego trójkąta od wierzchołka *C*. Zapisz obliczenia.

łd 15 15.11.2024 13:06:14

23.
0–1–2

Zadanie 23. (0–2)

Dany jest trójkąt prostokątny ABC, w którym $|\measuredangle ACB| = 90°$ oraz $|\measuredangle BAC| = 60°$. Punkt D jest punktem wspólnym wysokości poprowadzonej z wierzchołka C kąta prostego i przeciwprostokątnej AB. Przez punkt D poprowadzono prostą równoległą do boku AC, która przecięła bok BC w punkcie E (zobacz rysunek).



Wykaż, że $|DE| = \frac{3}{4}|AC|$.

ład 16 15.11.2024 13:06:16

Zadanie 24. (0–3)

24.
0–1
2–3

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest równoległobok $ABCD$. Trzy kolejne wierzchołki równoległoboku mają współrzędne $A = (-1, 3)$, $B = (5, 1)$, $C = (7, 5)$.

Przez wierzchołek C poprowadzono prostą k równoległą do prostej zawierającej przekątną BD równoległoboku. Prosta k przecięła prostą zawierającą podstawę AB równoległoboku w punkcie P. Przekątna BD zawiera się w prostej o równaniu $y = -\frac{3}{2}x + \frac{17}{2}$.

Oblicz współrzędne punktu *P*. Zapisz obliczenia.

ld 17 15.11.2024 13:06:17

25.
0–1

Zadanie 25. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest okrąg O o środku w punkcie $S = (3, -4)$. Okrąg O ma jeden punkt wspólny z osią Ox układu współrzędnych.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg O jest określony równaniem:

A. $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 16$

B. $(x+3)^2 + (y+4)^2 = 9$

C. $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 16$

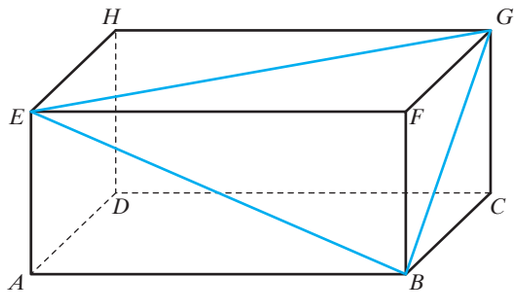
D. $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 9$

Brudnopis

26.
0–1

Zadanie 26. (0–1)

W prostopadłościanie $ABCDEFGH$ dane są długości boków $|AB| = \sqrt{11}$, $|AD| = \sqrt{13}$, $|AE| = \sqrt{15}$.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole boczne tego prostopadłościanu jest równe:

A. $2\sqrt{15}\sqrt{24}$

B. $2\sqrt{15}\left(\sqrt{11}+\sqrt{13}\right)$

C. $12\sqrt{5}$

D. $2\sqrt{2145}$

Brudnopis

ld 18 15.11.2024 13:06:19

Zadanie 27. (0–1)

27.
0–1

Dany jest ostrosłup prawidłowy. Liczba wszystkich krawędzi tego ostrosłupa jest równa 54.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba wszystkich wierzchołków tego ostrosłupa jest równa:

A. 27 **B.** 55 **C.** 36 **D.** 28

Brudnopis

Zadanie 28. (0–1)

28.
0–1

Objętość walca W_1 o promieniu podstawy 6 jest równa 288π. Pole powierzchni bocznej walca W_2 podobnego do walca W_1 jest równe 216π.

Uzupełnij poniższe zdanie. Wpisz odpowiednią liczbę w wykropkowanym miejscu tak, aby zdanie było prawdziwe.

Stosunek objętości walca W_1 do objętości walca W_2 jest równy .....

Brudnopis

ld 19 15.11.2024 13:06:21

29.
0–1

Zadanie 29. (0–1)

Rozważamy wszystkie kody utworzone tylko z naturalnych dzielników liczby 16, przy czym każda z cyfr kodu występuje dokładnie jeden raz oraz pierwsza cyfra kodu jest większa niż trzy.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba wszystkich takich kodów jest równa:

A. 8 **B.** 12 **C.** 24 **D.** 128

Brudnopis

30.
0–1

Zadanie 30. (0–1)

W tabeli zestawiono oceny ze sprawdzianu z matematyki uczniów klasy 3A.

Ocena	1	2	3	4	5	6
Liczba ocen	0	4	9	13	3	1

Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. Średnia arytmetyczna ocen uzyskanych ze sprawdzianu jest równa 3,60 oraz mediana tych ocen wynosi 4.

B. Średnia arytmetyczna ocen uzyskanych ze sprawdzianu jest równa 3,60 oraz mediana tych ocen wynosi 3,5.

C. Średnia arytmetyczna ocen uzyskanych ze sprawdzianu jest równa 3,63 oraz mediana tych ocen wynosi 4.

D. Średnia arytmetyczna ocen uzyskanych ze sprawdzianu jest równa 3,63 oraz mediana tych ocen wynosi 3,5.

Brudnopis

ld 20 15.11.2024 13:06:22

Zadanie 31. (0–2)

31.
0–1–2

Dany jest zbiór Z składający się z liczb całkowitych należących do przedziału $[11, 17]$. Wylosowanie każdej liczby z tego zbioru jest jednakowo prawdopodobne. Ze zbioru Z losujemy bez zwracania kolejno dwa razy po jednej liczbie i zapisujemy je w kolejności losowania.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że suma wylosowanych liczb jest liczbą podzielną przez 3. Zapisz obliczenia.

ld 21 15.11.2024 13:06:22

32.
0–1–2
3–4

Zadanie 32. (0–4)

Różnica dwóch liczb x i y jest równa 8 oraz $x > y$. Wyrażenie W jest sumą podwojonej liczby y oraz potrojonego kwadratu liczby x zmniejszonej o jeden.

Wyznacz x oraz y, dla których wartość wyrażenia W jest najmniejsza. Oblicz tę najmniejszą wartość. Zapisz obliczenia.

ld 22 15.11.2024 13:06:23

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ld 23 15.11.2024 13:06:23

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ld 24 15.11.2024 13:06:23

KARTA ODPOWIEDZI

WYPEŁNIA UCZEŃ

Kod ucznia ☐☐☐

PESEL ☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐

Nr zad.	Odpowiedzi					
1.	A	B	C	D		
2.	A	B	C	D		
4.	A	B	C	D		
5.	A	B	C	D		
6.	A	B	C	D		
7.	A	B	C	D		
9.	A	B	C	D		
10.1.	A	B	C	D	E	F
10.2.	A	B	C	D	E	F
11.	PP	PF	FP	FF		
12.	A	B	C	D		
13.1.	A	B	C	D		
13.2.	PP	PF	FP	FF		
13.3.	A	B	C	D		
14.	A	B	C	D		
15.	PP	PF	FP	FF		
17.	A1	A2	A3			
	B1	B2	B3			
	C1	C2	C3			
19.	A	B	C	D		
21.	A	B	C	D		
22.1.	A	B	C	D		

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

dostosowania zasad oceniania ☐
dostosowania w zw. z dyskalkulią ☐
nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę ☐

WYPEŁNIA EGZAMINATOR

Nr zad.	Punkty				
	0	1	2	3	4
3.	☐	☐	☐		
8.	☐	☐	☐		
16.	☐	☐			
18.	☐	☐	☐		
20.1.	☐	☐	☐		
20.2.	☐	☐	☐		
22.2.	☐	☐	☐		
23.	☐	☐	☐		
24.	☐	☐	☐	☐	
28.	☐	☐			
31.	☐	☐	☐		
32.	☐	☐	☐	☐	☐

Nr zad.	Odpowiedzi			
25.	A	B	C	D
26.	A	B	C	D
27.	A	B	C	D
29.	A	B	C	D
30.	A	B	C	D

ld 25 15.11.2024 13:06:24

ISBN 978-83-8197-508-7