Matematyka Gryzie

Kursy do matury podstawowej i rozszerzonej

Egzamin maturalny *Formuła 2023*

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Symbol arkusza

MMAP-P0-**100**-2305

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY
☐ Uprawnienie zdającego do dostosowania w związku z dyskalkulią

DATA:

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

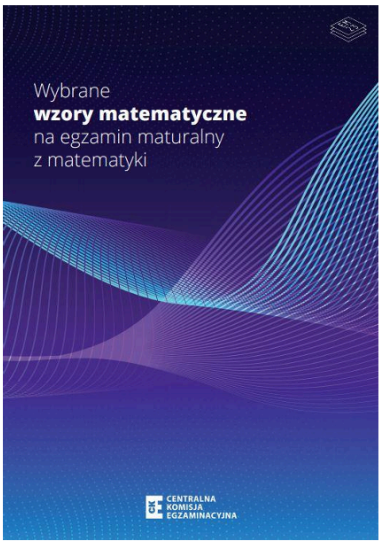
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 27 stron (zadania 1-31). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Symbol zamieszczony w nagłówku zadania oznacza, że rozwiązanie zadania zamkniętego musisz przenieść na kartę odpowiedzi. Ocenie podlegają wyłącznie odpowiedzi zaznaczone na karcie odpowiedzi.
4. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz na karcie odpowiedzi w części przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ◙ i zaznacz właściwe.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
7. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
8. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w tabelkach przeznaczonych dla egzaminatora. Tabelki umieszczone są na marginesie przy odpowiednich zadaniach.
10. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
11. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz z kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.



Zadanie 1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\frac{9^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[3]{27^{-2}}}{3^4}$ jest równa

A. 3^{-3} **B.** 3^{-5} **C.** 3^{-1} **D.** 3^0

Brudnopis

Zadanie 2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $2log_3 6 - log_3 4$ jest równa

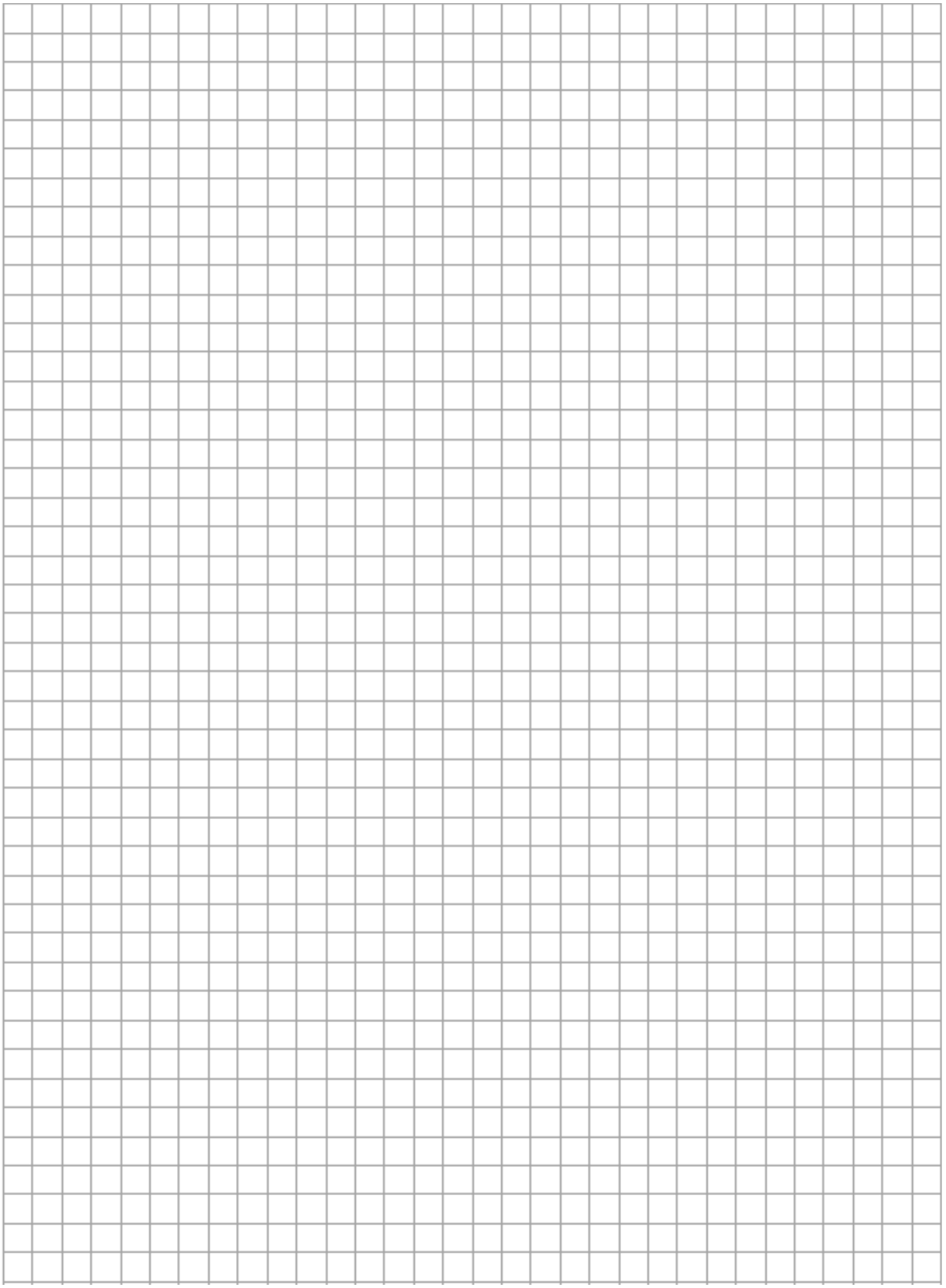
A. $log_3 8$ **B.** 2 **C.** 3 **D.** $log_3 32$

Brudnopis

3.
0–1–2

Zadanie 3. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej n liczba $5n^2 - 15n$ jest podzielna przez 10.



Zadanie 4. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\frac{\sqrt{75}-\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ jest równa

A. $\sqrt{21}$ **B.** 7 **C.** $\sqrt{3}$ **D.** 3

Brudnopis

Zadanie 5. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x wartość wyrażenia $(4x-1)^2-(3x+2)^2$ jest równa wartości wyrażenia

A. $7x^2-3$

B. $7x^2-5$

C. $7x^2-20x-3$

D. $7x^2+4x-3$

Brudnopis

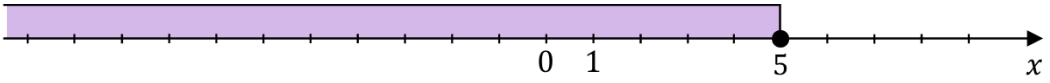
Zadanie 6. (0–1)

Dana jest nierówność

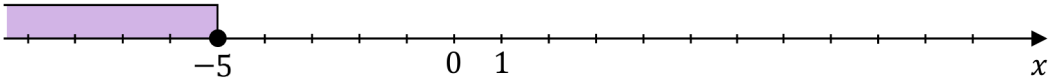
$$5 - 3(2 - x) \leq 5x + 9$$

Na którym rysunku poprawnie zaznaczono na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających powyższą nierówność? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

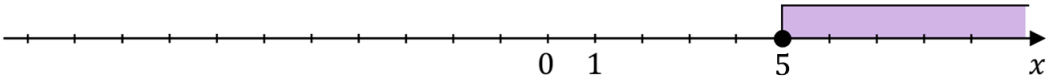
A.



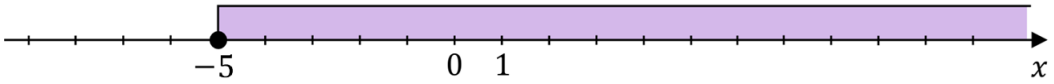
B.



C.



D.



Brudnopis

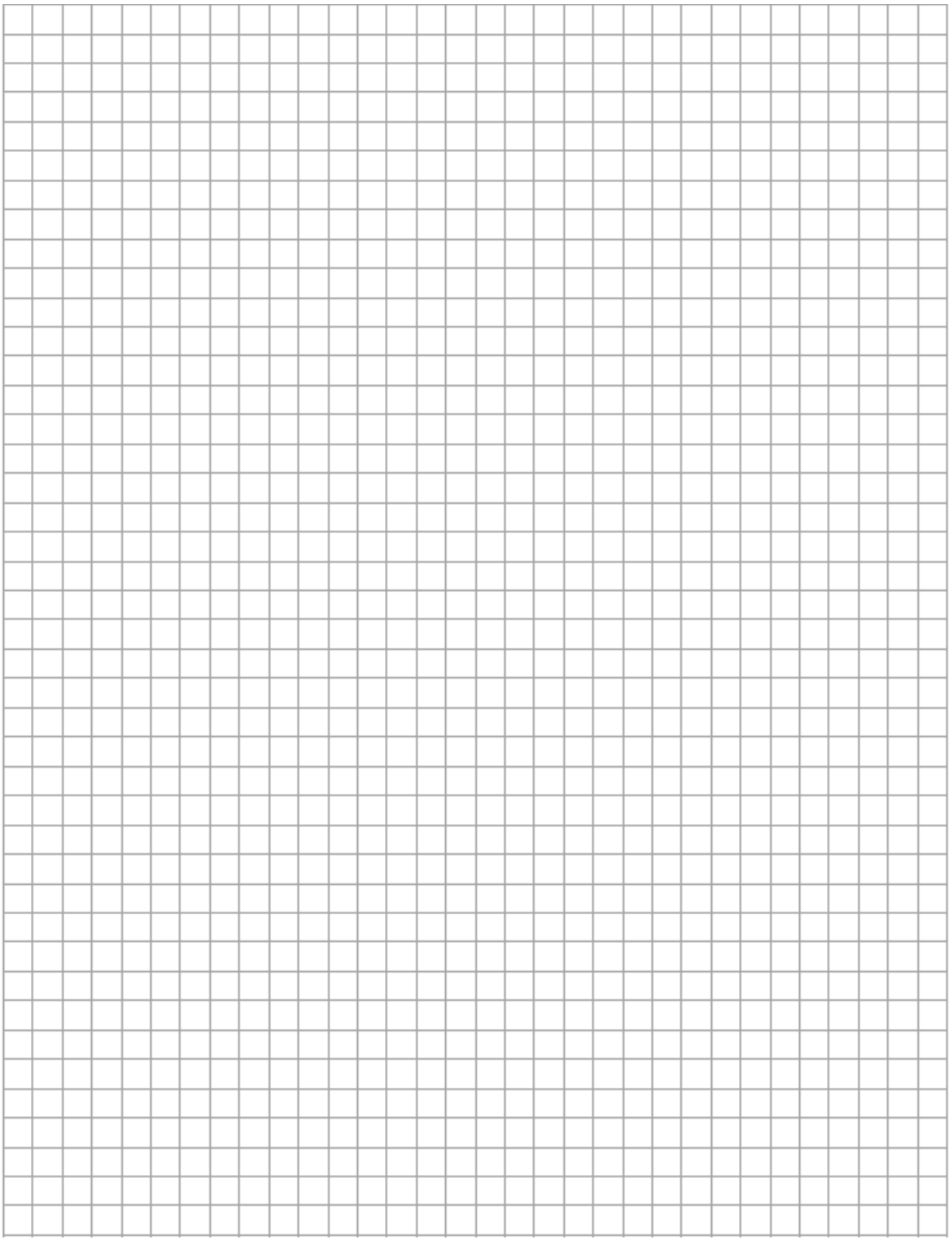
7.
0–1–2

Zadanie 7. (0–2)

Rozwiąż nierówność

$$2x^2 + 7x \geq 3x + 6$$

Zapisz obliczenia.



Zadanie 8. (0–1)

Rozwiązaniem równania

$$\frac{2x-3}{4x+1}=\frac{1}{3}$$

jest liczba

A. $(-\frac{1}{4})$ **B.** 5 **C.** (-5) **D.** 2

Brudnopis

Zadanie 9. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie $-3x(x-4)(x^2+9)=0$ w zbiorze liczb rzeczywistych ma dokładnie

A. dwa rozwiązania: 0 oraz 4.

B. dwa rozwiązania: (-3) oraz 4.

C. trzy rozwiązania: 0, 3 oraz 4.

D. cztery rozwiązania: (-3), 0, 3 oraz 4.

Brudnopis

10.
0–1–2

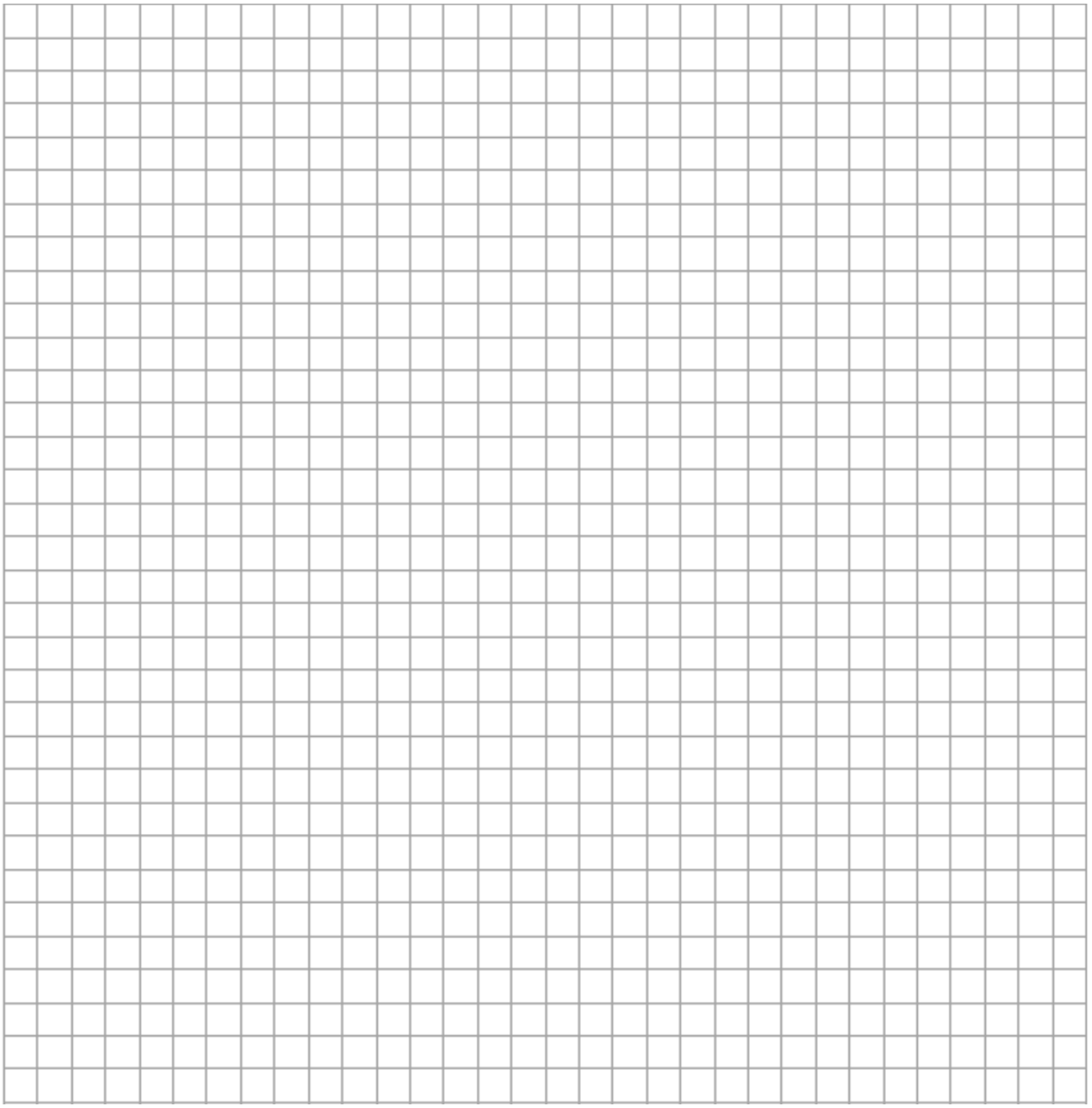
Zadanie 10. (0–2)

W manufakturze przygotowywano mieszanki bakalii, pakując je do dwóch rodzajów opakowań według poniższej specyfikacji.

Rodzaj opakowania	Masa netto w gramach
Małe	250
Duże	400

Łącznie spakowano 150 opakowań bakalii.
Z powodu kontroli jakości odrzucono 10% łącznej masy przygotowanych bakalii, a do magazynu trafiło ostatecznie $40,5$ kg towaru.

Oblicz, ile przygotowano małych opakowań bakalii. Zapisz obliczenia.

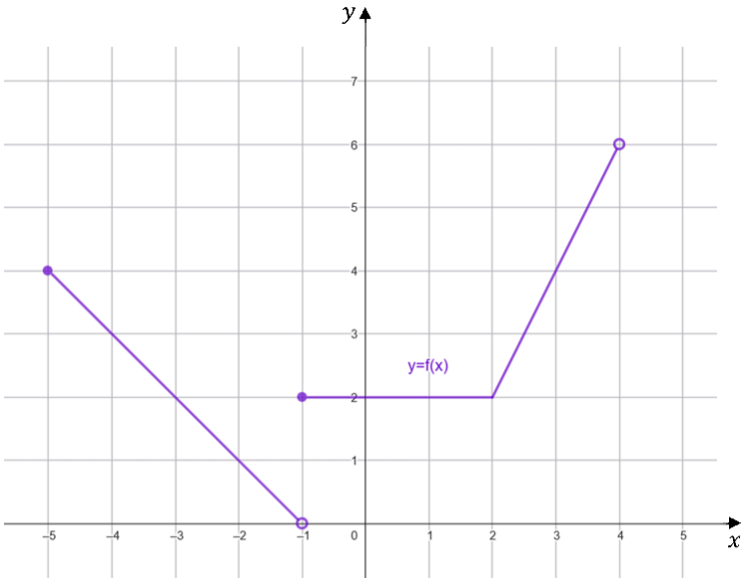


Zadanie 11.

Funkcja f jest określona następująco:

$$f(x) = \begin{cases} -x - 1 & \text{dla } x \in [-5, -1) \\ 2 & \text{dla } x \in [-1, 2] \\ 2x - 2 & \text{dla } x \in (2, 4) \end{cases}$$

Wykres funkcji $y = f(x)$ przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku poniżej.



11.1.
0–1–2

Zadanie 11.1. (0–2)

Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

1. Rozwiązaniem równania $f(x) = 1$ jest liczba …… .

2. Największa wartość funkcji f w przedziale $[0, 3]$ jest równa …… .

Brudnopis

11.2.
0–1–2

Zadanie 11.2. (0–2)

Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

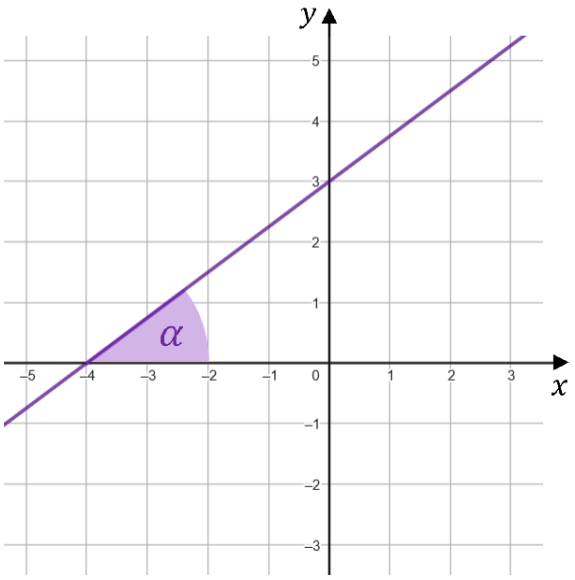
1. Zbiorem wartości funkcji f jest przedział **.....** .

2. Zbiorem wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości mniejsze lub równe 2, jest przedział **.....** .

Brudnopis

Zadanie 12. (0–1)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = ax + b$, gdzie a i b są pewnymi liczbami rzeczywistymi. W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) prosta będąca wykresem funkcji f przecina oś Ox w punkcie $(-4, 0)$, a oś Oy w punkcie $(0, 3)$. Kąt nachylenia tej prostej do dodatniej półosi osi Ox oznaczono jako α.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współczynniki a i b oraz wartość $tg\ \alpha$ spełniają warunki

A. $a \cdot b > 0$ oraz $tg\ \alpha = \frac{3}{4}$

B. $a \cdot b < 0$ oraz $tg\ \alpha = \frac{3}{4}$

C. $a \cdot b > 0$ oraz $tg\ \alpha = -\frac{4}{3}$

D. $a \cdot b < 0$ oraz $tg\ \alpha = -\frac{4}{3}$

Brudnopis

13.
0–1–2–3

Zadanie 13. (0–3)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) wykresem funkcji kwadratowej f jest parabola o wierzchołku w punkcie $W = (-2, 6)$.
Funkcja kwadratowa g jest określona za pomocą funkcji f wzorem $g(x) = f(x - 3)$.
Jednym z miejsc zerowych funkcji g jest liczba 4.

Wyznacz wzór funkcji f w postaci ogólnej. Zapisz obliczenia.

Zadanie 14. (0–1)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) określony dla $n \geq 1$, w którym $a_3 = 11$ oraz $a_7 = 27$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Różnica r tego ciągu jest równa

A. 3 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 16

Brudnopis

Zadanie 15. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony następująco:

$$\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = 3a_n - 2 \end{cases}$$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Trzeci wyraz ciągu (a_n) jest równy

A. 7 **B.** 21 **C.** 9 **D.** 19

Brudnopis

16.
0–1–2–3

Zadanie 16. (0–3)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 4n - 1$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Trzywyrazowy ciąg (a_2, a_9, a_m) jest geometryczny.

Oblicz m. Zapisz obliczenia.

Zadanie 17. (0–1)

W malejącym ciągu geometrycznym (a_n), określonym dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, spełniony jest warunek $a_7 = 8 \cdot a_4$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Iloraz q tego ciągu jest równy

A. 2 **B.** $\frac{1}{8}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** (-2)

Brudnopis

Zadanie 18. (0–1)

Kąt α jest ostry i spełniona jest równość $cos\,\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

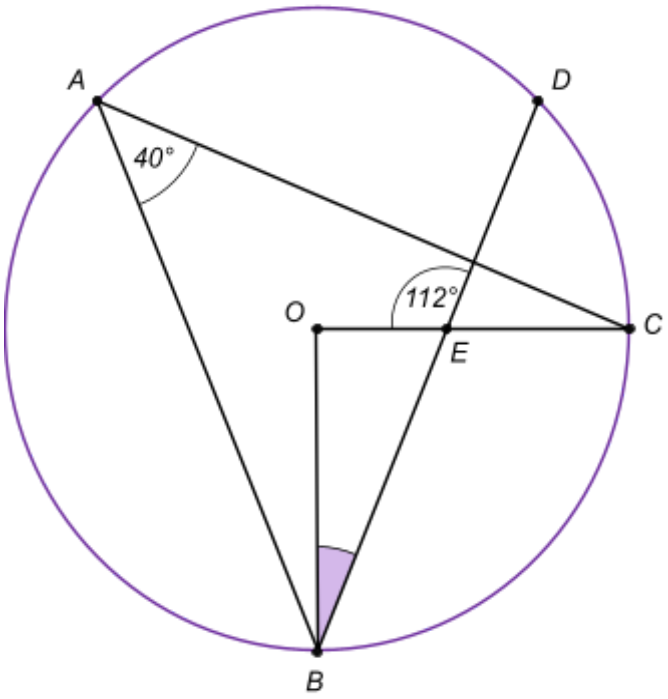
Wartość wyrażenia $sin\,\alpha$ wynosi:

A. $\frac{4}{9}$ **B.** $\frac{2}{3}$ **C.** $\frac{\sqrt{14}}{3}$ **D.** $\frac{2}{9}$

Brudnopis

Zadanie 19. (0–1)

Punkty A, B, C oraz D leżą na okręgu o środku O. Odcinki OB i OC są promieniami tego okręgu, a cięciwa BD przecina jeden z promieni w punkcie E. Miara kąta BAC jest równa $40°$, a kąt OED ma miarę $112°$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

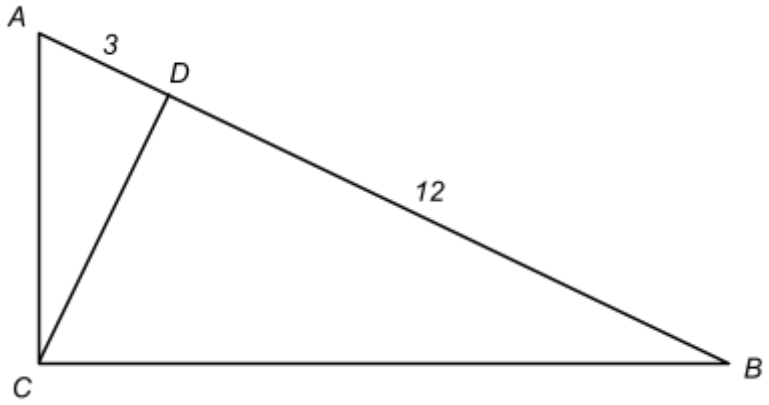
Miara kąta OBE zaznaczonego na rysunku jest równa

A. $32°$ **B.** $40°$ **C.** $68°$ **D.** $80°$

Brudnopis

Zadanie 20. (0–1)

W trójkącie prostokątnym ABC kąt przy wierzchołku C jest prosty. Punkt D leży na przeciwprostokątnej AB tak, że odcinek CD jest wysokością trójkąta opuszczoną z wierzchołka C. Wiadomo, że $|AD| = 3$ oraz $|BD| = 12$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

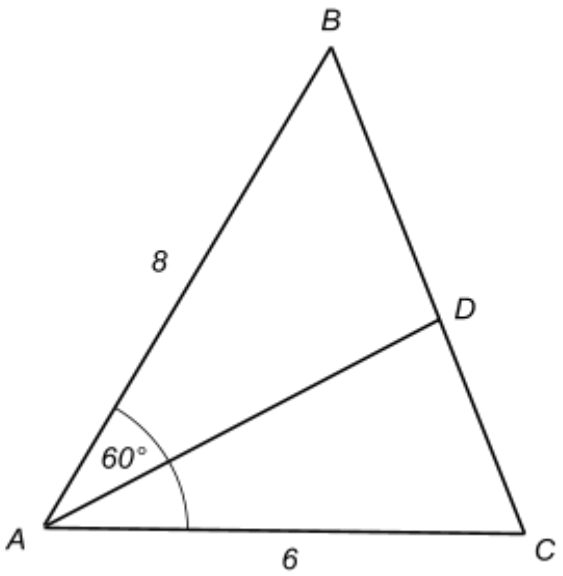
Długość odcinka CD jest równa

A. 4 **B.** $7,5$ **C.** 6 **D.** $4\sqrt{3}$

Brudnopis

Zadanie 21. (0–1)

Dany jest trójkąt ABC, w którym $|AB| = 8$, $|AC| = 6$, oraz miara kąta BAC jest równa $60°$. Dwusieczna kąta BAC przecina bok BC w punkcie D (zobacz rysunek).



Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Pole trójkąta ABC jest równe $12\sqrt{3}$.	**P**	**F**
Długość odcinka AD jest równa $\frac{24\sqrt{3}}{7}$.	**P**	**F**

Brudnopis

Zadanie 22. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest okrąg o równaniu

$$(x + 6)^2 + (y - 8)^2 = 50$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Odległość środka tego okręgu od początku układu współrzędnych $O = (0, 0)$ jest równa

A. $5\sqrt{3}$ **B.** 10 **C.** 14 **D.** 100

Brudnopis

Zadanie 23. (0–1)

Kąt α jest ostry i spełnia warunek $\frac{4tg\,\alpha - 2sin\,\alpha}{sin\,\alpha} = 5$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Cosinus kąta α jest równy

A. $\frac{2}{3}$ **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** $\frac{4}{5}$ **D.** $\frac{4}{7}$

Brudnopis

Zadanie 24.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) prosta k o równaniu $y = -\frac{3}{4}x + 6$ przecina oś Ox w punkcie A, a oś Oy w punkcie B. Początek układu współrzędnych to punkt $O = (0, 0)$.

Zadanie 24.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole trójkąta ABO jest równe

A. 48 **B.** 18 **C.** 24 **D.** 12

Brudnopis

Zadanie 24.2. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

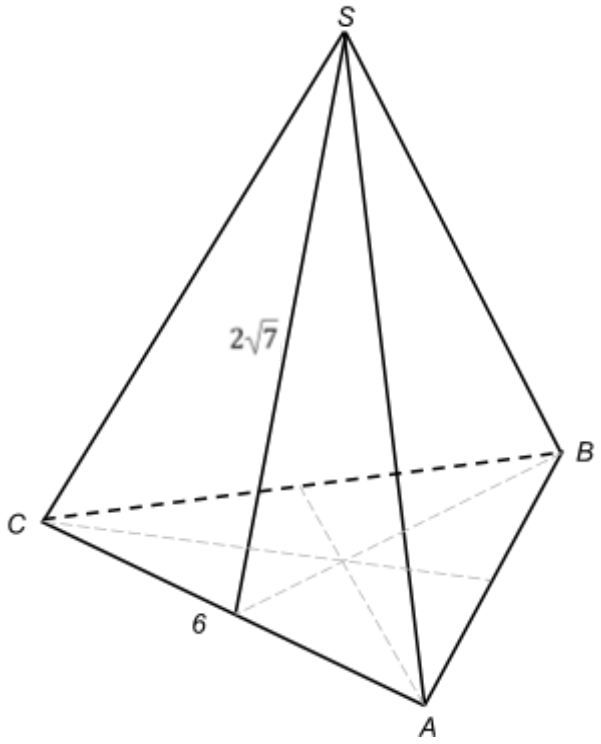
Długość odcinka AB jest równa 10.	**P**	**F**
Prosta l o równaniu $y = \frac{4}{3}x - 2$ jest równoległa do prostej k.	**P**	**F**

Brudnopis

25.
0–1–2–3–4

Zadanie 25. (0–4)

Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny $ABCS$ o podstawie ABC i wierzchołku S. Krawędź podstawy tego ostrosłupa ma długość 6, a wysokość ściany bocznej opuszczona na krawędź podstawy jest równa $2\sqrt{7}$.



Oblicz objętość tego ostrosłupa. Zapisz obliczenia.

Zadanie 26. (0–1)

Przekrój osiowy stożka jest trójkątem równobocznym o polu równym $9\sqrt{3}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole powierzchni całkowitej tego stożka jest równe

A. 27π **B.** 18π **C.** 36π **D.** $9\sqrt{3}\pi$

Brudnopis

Zadanie 27. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych parzystych, o różnych cyfrach, w których zapisie dziesiętnym występują wyłącznie cyfry ze zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, jest

A. $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 4$ **B.** $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4$ **C.** $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$ **D.** $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 4$

Brudnopis

Zadanie 28. (0–1)

Ze zbioru liczb naturalnych $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ losujemy dwa razy po jednej liczbie ze zwracaniem. Niech A oznacza zdarzenie polegające na tym, że suma wylosowanych liczb jest podzielna przez 5.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe

A. $\frac{1}{5}$ **B.** $\frac{9}{50}$ **C.** $\frac{11}{50}$ **D.** $\frac{1}{4}$

Brudnopis

Zadanie 29.

W pewnej pięcioosobowej grupie przyjaciół średnia wieku wynosi 18 lat. Gdy do tej grupy dołączył ich wspólny znajomy, średnia wieku całej sześcioosobowej grupy wzrosła do 19 lat.

Zadanie 29.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wiek znajomego, który dołączył do grupy, jest równy

A. 19 lat **B.** 20 lat **C.** 23 lata **D.** 24 lata

Brudnopis

Zadanie 29.2. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

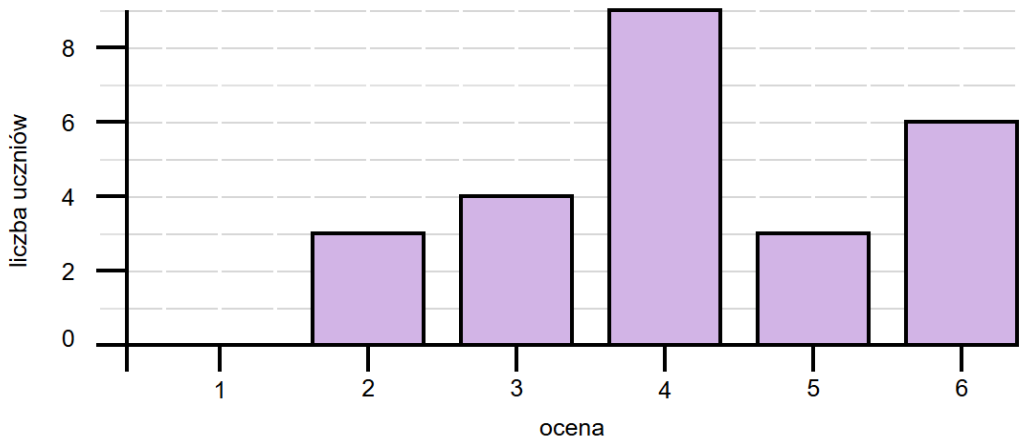
Suma wieku wszystkich sześciu osób w powiększonej grupie wynosi 114 lat.	**P**	**F**
Gdyby do początkowej pięcioosobowej grupy dołączyła osoba w wieku 18 lat, to średnia wieku tej grupy pozostałaby bez zmian.	**P**	**F**

Brudnopis

30.
0–1–2

Zadanie 30. (0–2)

Na poniższym diagramie słupkowym przedstawiono zestawienie ocen ze sprawdzianu z matematyki w pewnej 25-osobowej klasie.



Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

1. Mediana ocen uzyskanych z tego sprawdzianu jest równa …… .

2. Dominanta ocen ze sprawdzianu jest równa …… .

Brudnopis

31.
0–1–2–3–4

Zadanie 31. (0–4)

Drut o całkowitej długości 40 cm rozcięto na dwie części. Z obu części drutu zrobiono ramki w kształcie dwóch kwadratów.

Oblicz długość boku każdego z tych kwadratów, dla której suma ich pól jest najmniejsza. Zapisz obliczenia.