



Centralna Komisja Egzaminacyjna

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

Układ graficzny © CKE 2010

**WPISUJE ZDAJĄCY**

**KOD**

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|

**PESEL**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

*Miejsce  
na naklejkę  
z kodem*

**EGZAMIN MATURALNY  
Z MATEMATYKI**

**POZIOM ROZSZERZONY**

**CZERWIEC 2011**

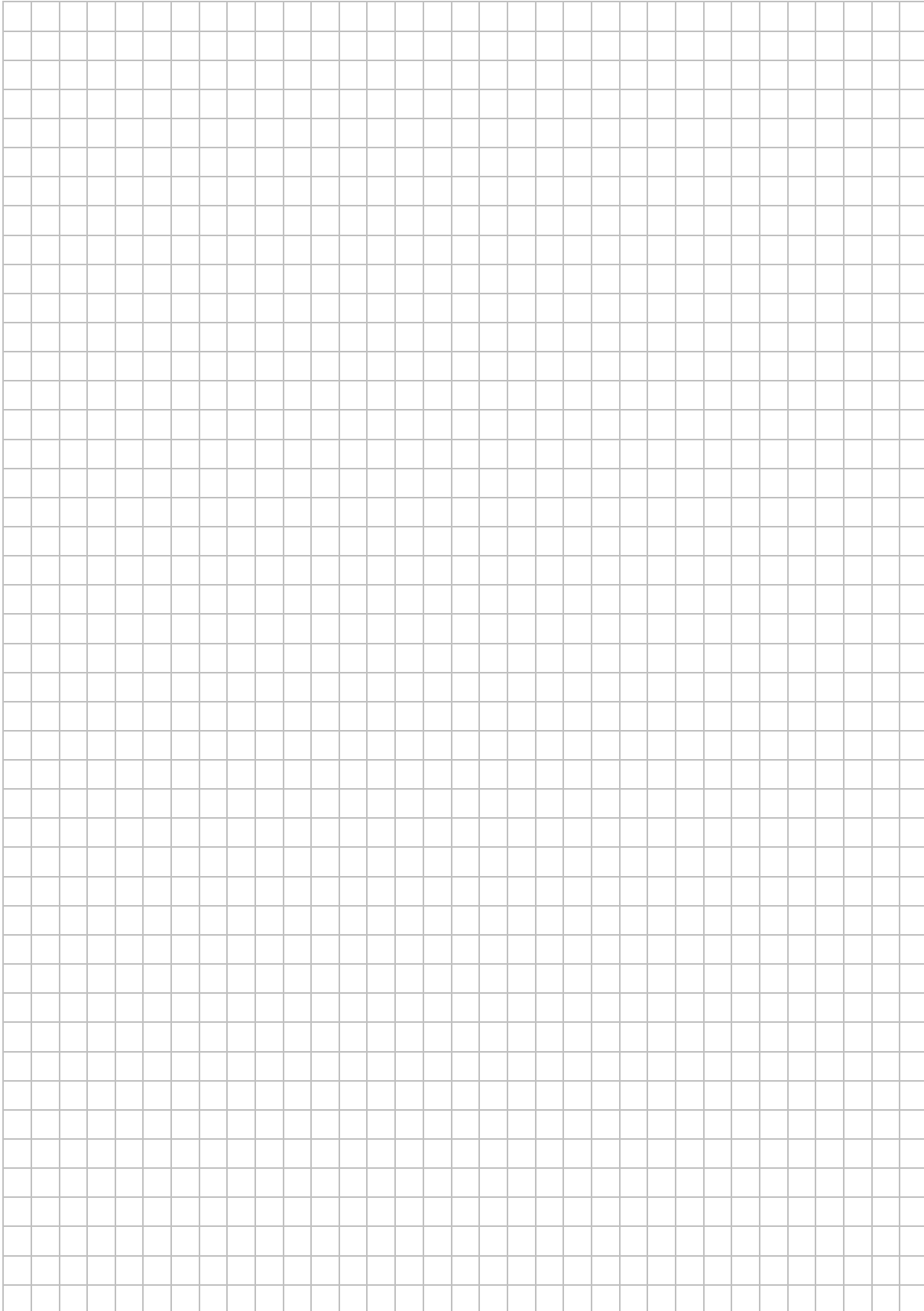
1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1–12). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie będziesz mógł dostać pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
8. Na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

**Czas pracy:  
180 minut**

**Liczba punktów  
do uzyskania: 50**

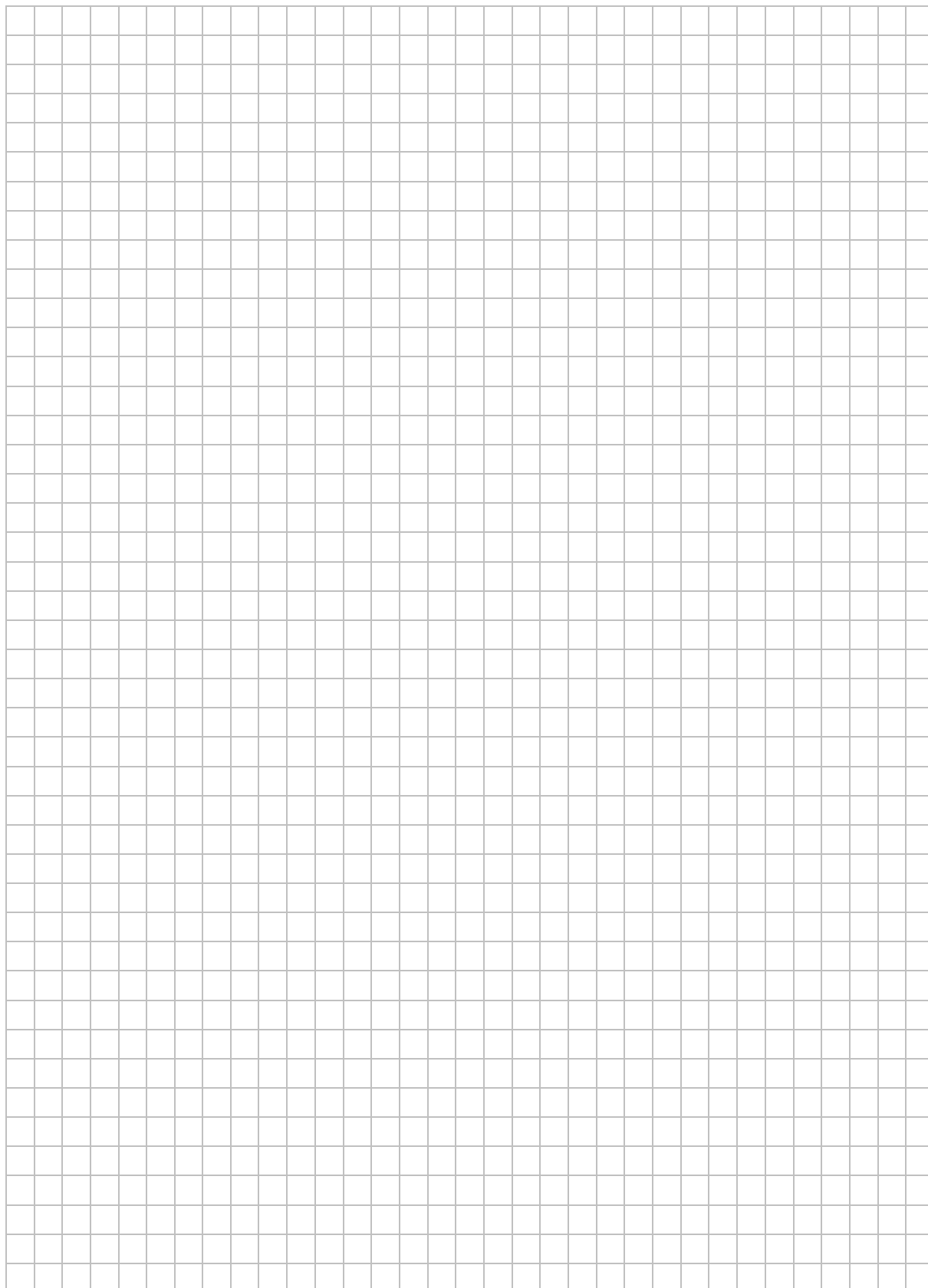


MMA-R1\_1P-113

**Zadanie 1. (4 pkt)**Rozwiąż nierówność  $|2x - 4| + |x - 5| \geq 12$ .

**Zadanie 2. (5 pkt)**

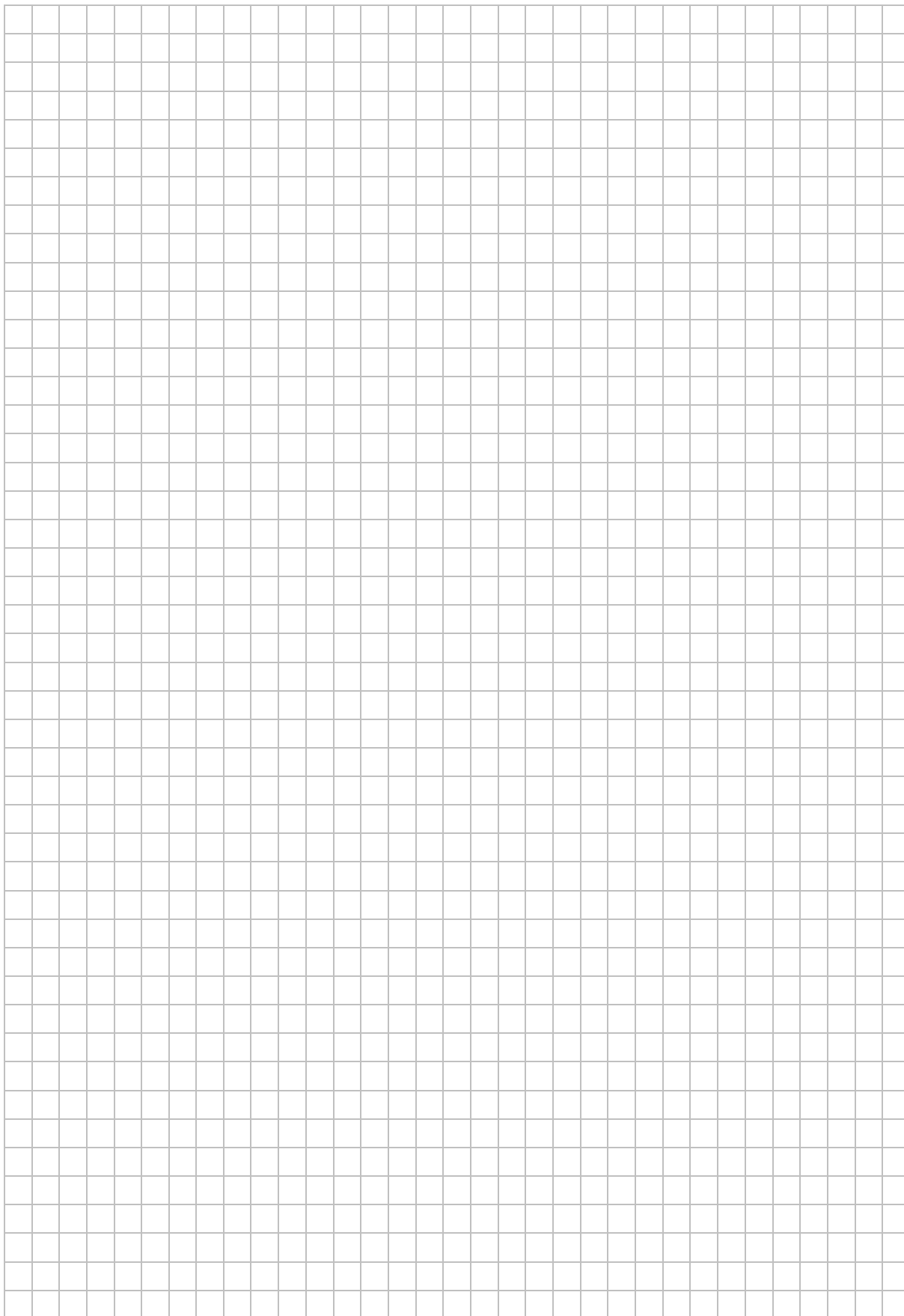
Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których równanie  $2x^2 - (m - 2)x - 3m = 0$  ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste  $x_1, x_2$ , spełniające warunek  $x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 \leq 25$ .



Ciąg  $(a, b, c)$  jest geometryczny. Ciąg  $(3a+3, 2b, c-12)$  jest arytmetyczny i suma jego dwóch pierwszych wyrazów jest równa trzeciemu. Oblicz  $a, b, c$ .

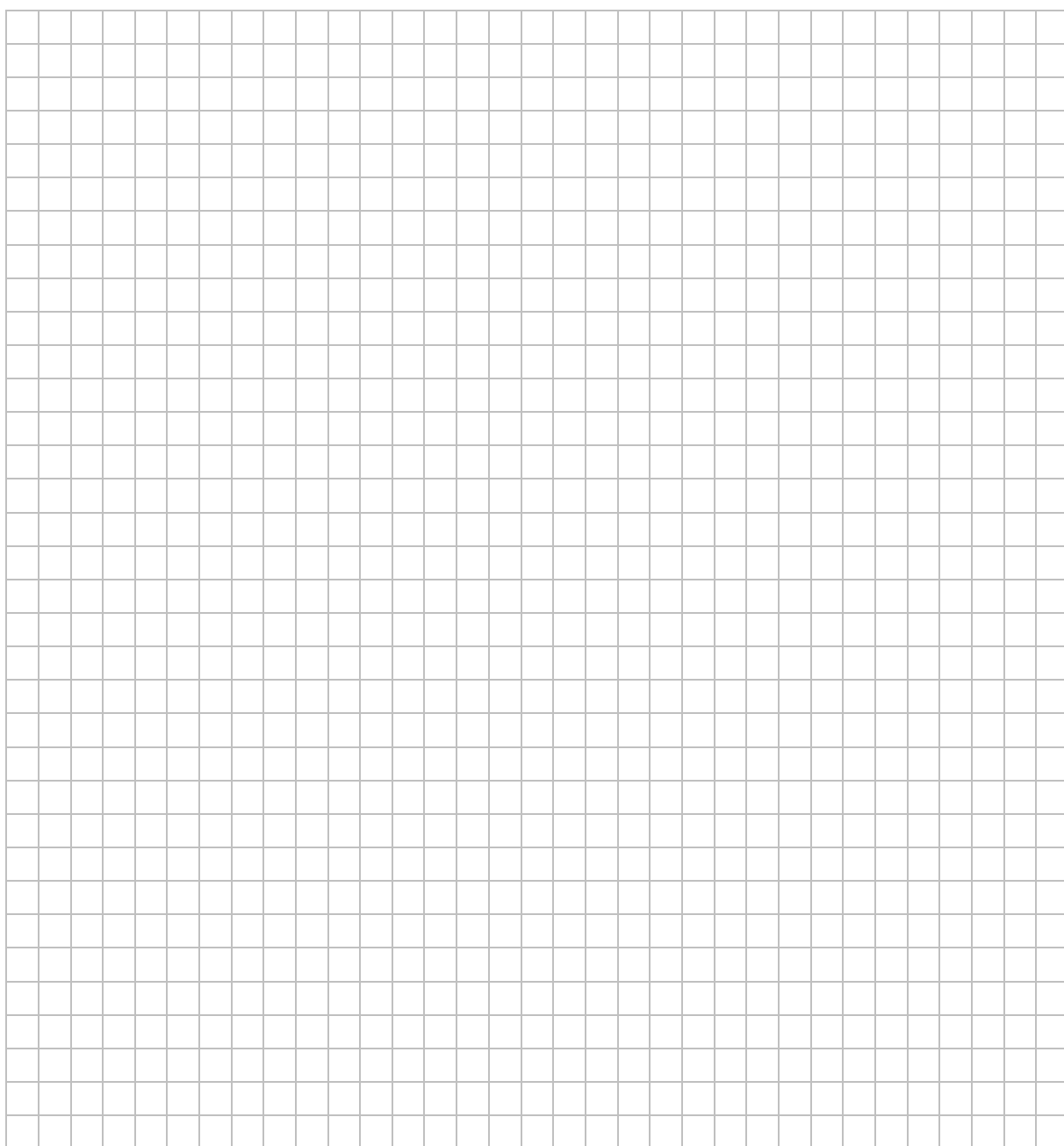
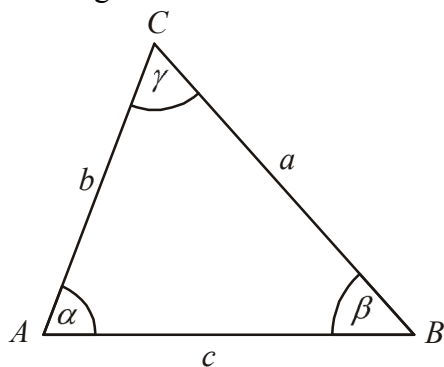
**Zadanie 4. (4 pkt)**

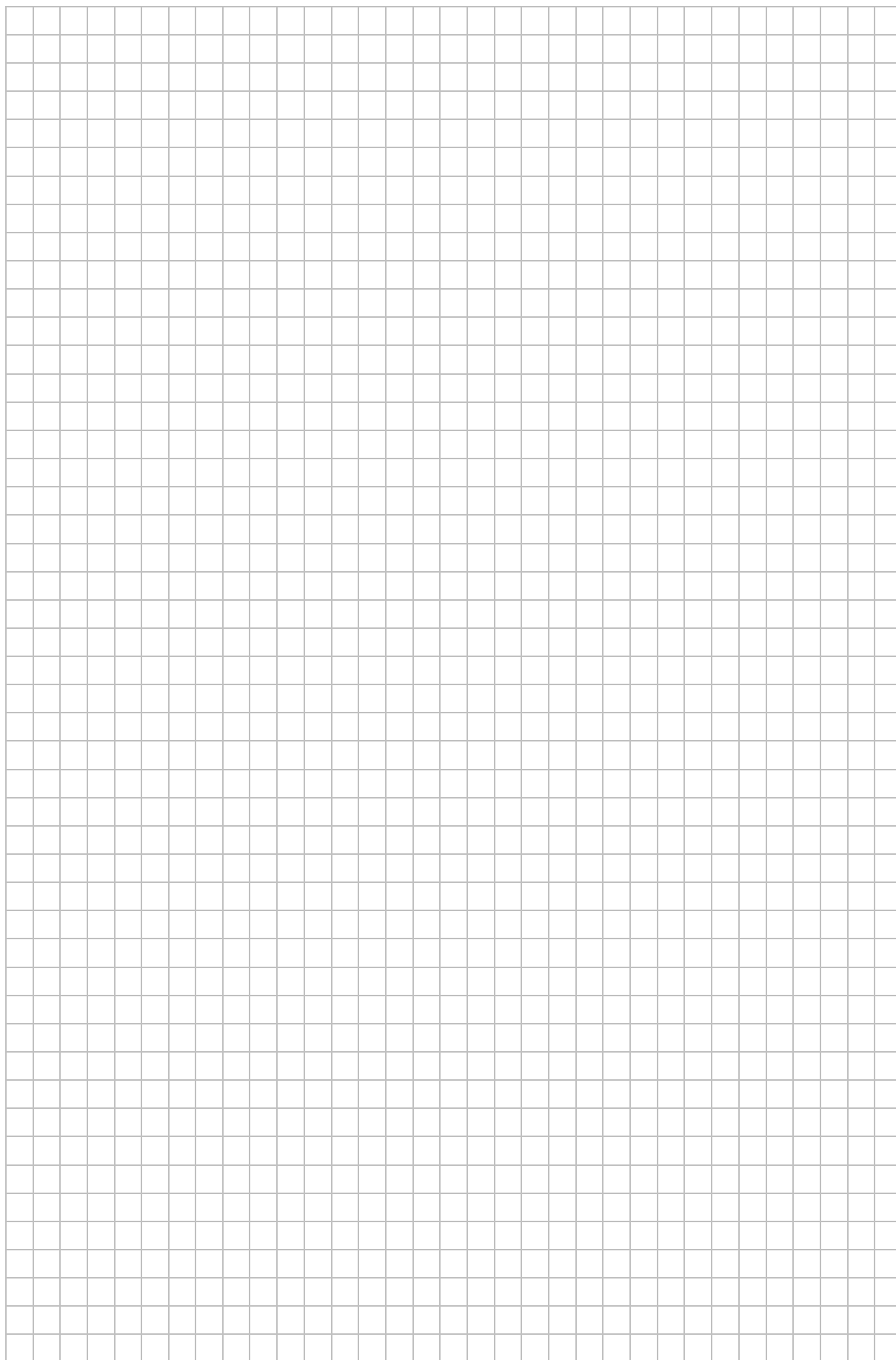
Rozwiąż równanie  $6\sin^2 x + 7\cos x - 1 = 0$  dla  $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$ .



**Zadanie 5. (4 pkt)**

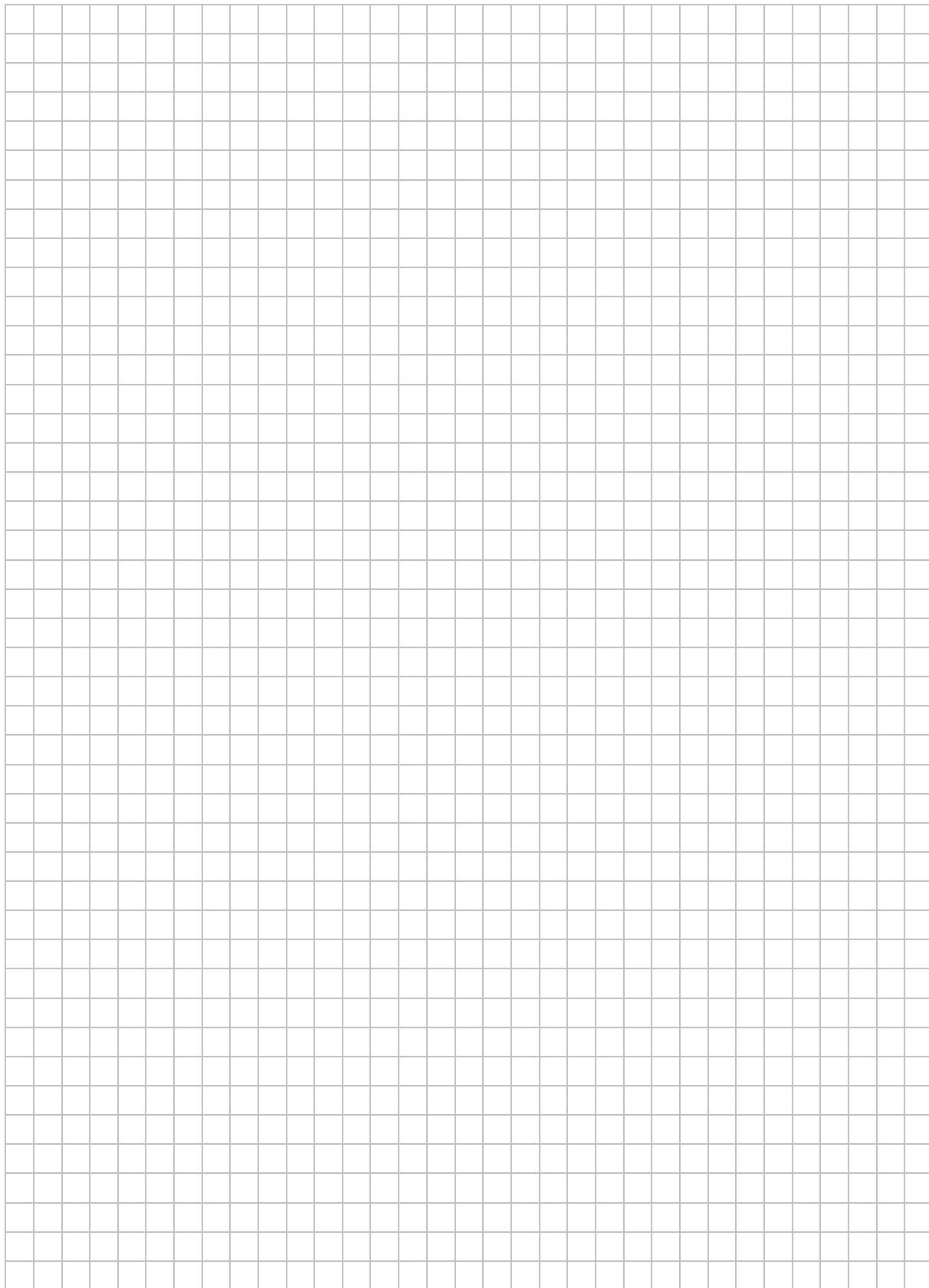
Dany jest trójkąt ostrokątny  $ABC$  o bokach długości  $a$ ,  $b$ ,  $c$  i kątach  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  (zobacz rysunek). Wykaż, że  $\frac{b^2 + c^2 - a^2}{a^2 + c^2 - b^2} = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha}$ .





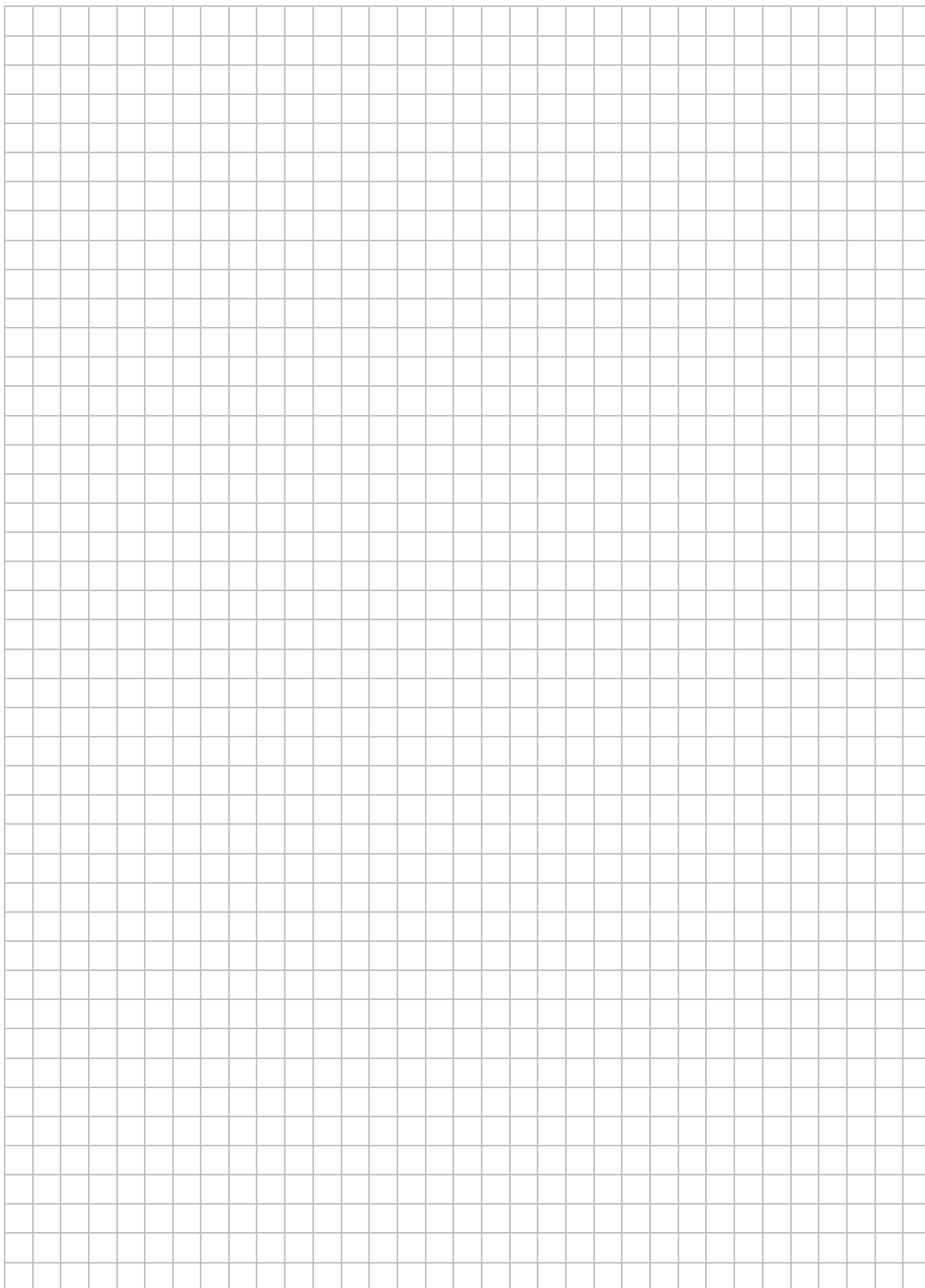
**Zadanie 6. (3 pkt)**

Wykaż, że nie istnieje wielomian  $W(x)$  stopnia trzeciego o współczynnikach całkowitych, który spełnia warunki:  $W(2) = 3$  i  $W(-2) = 2$ .



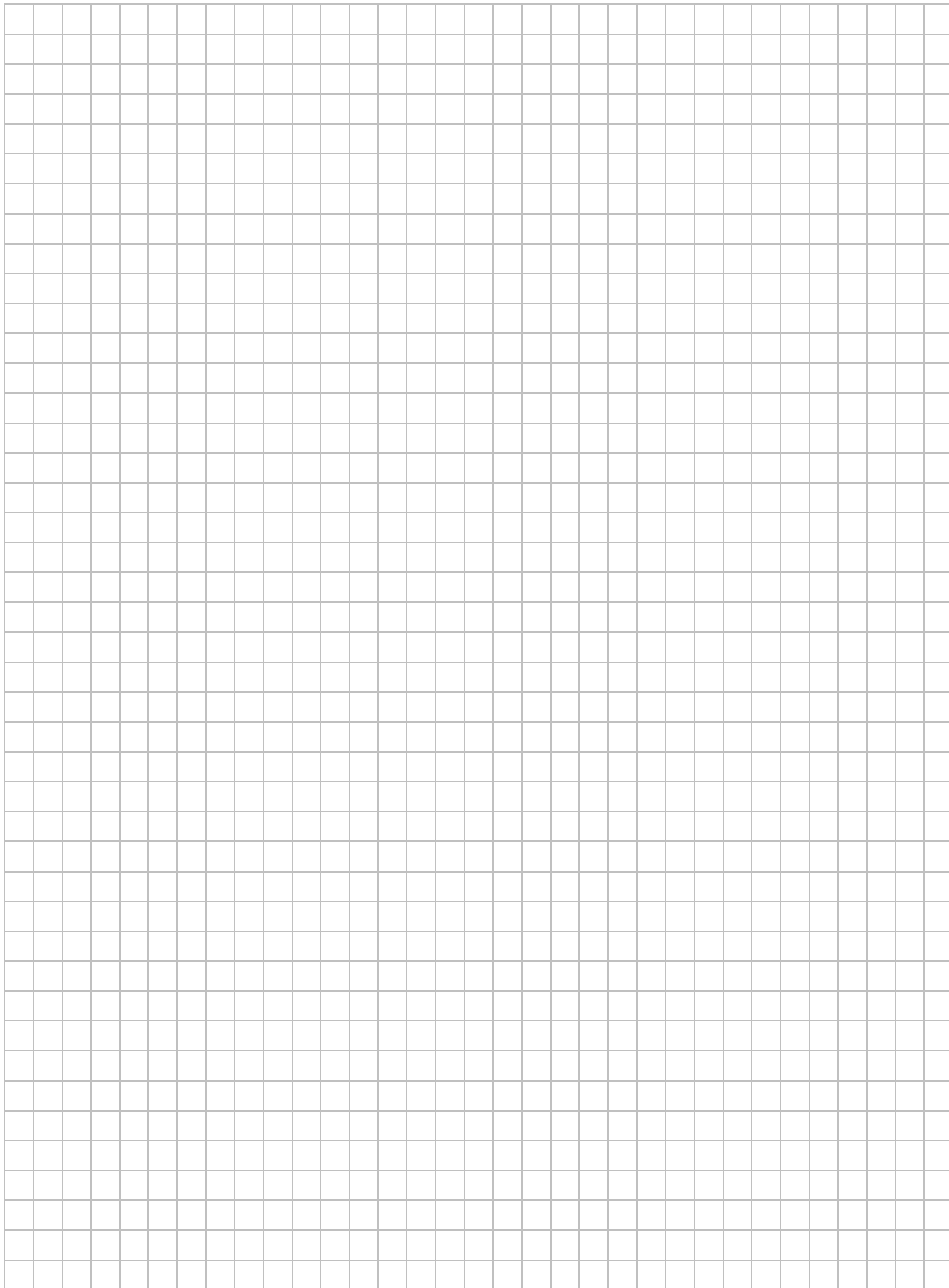
**Zadanie 7. (4 pkt)**

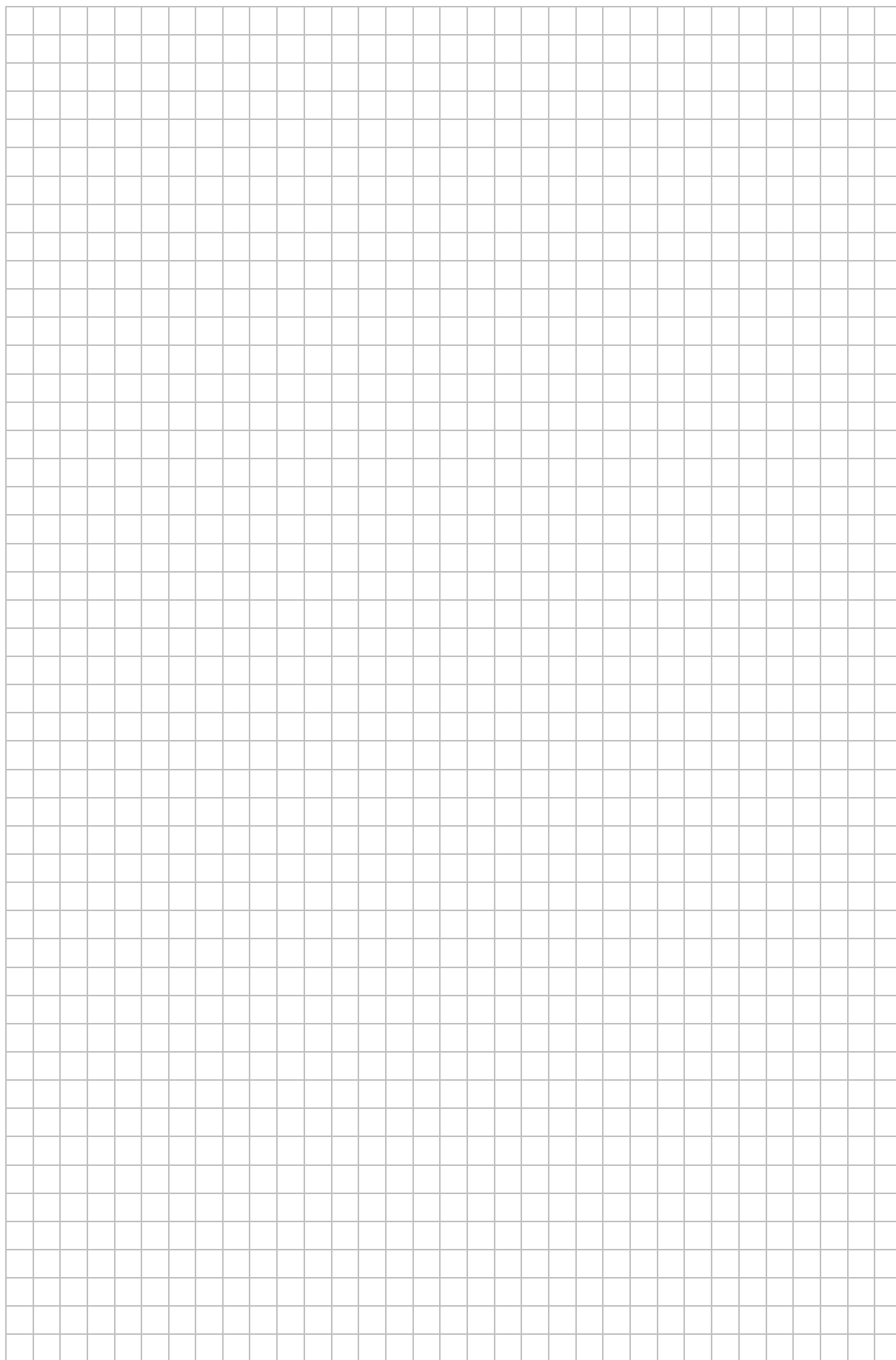
Dany jest trójkąt ostrokątny  $ABC$ , w którym  $|AC|=5$  i  $|AB|=8$ . Pole tego trójkąta jest równe  $10\sqrt{3}$ . Oblicz promień okręgu opisanego na tym trójkącie.



**Zadanie 8. (5 pkt)**

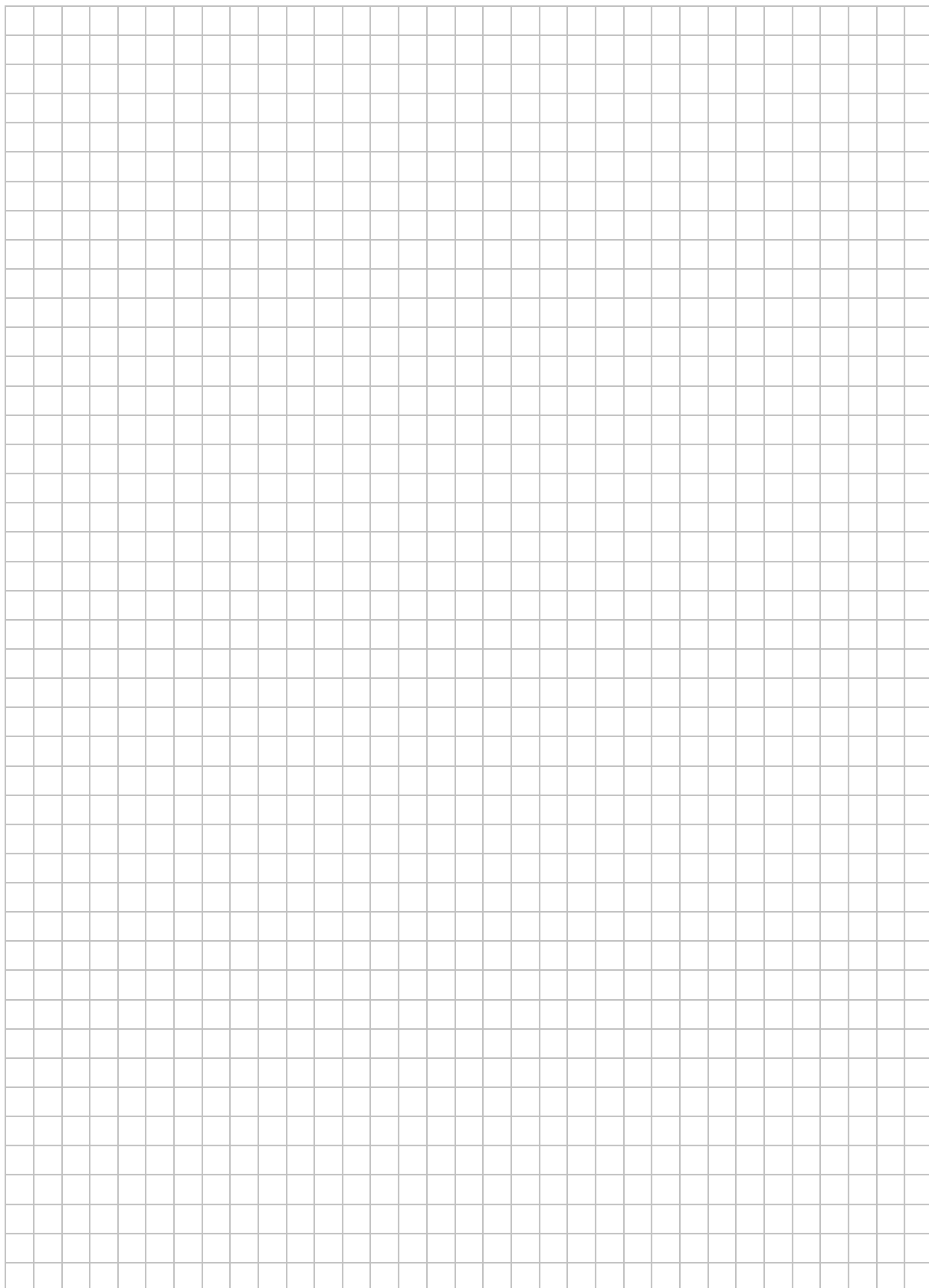
Punkty  $A = (-5, 5)$ ,  $C = (8, 6)$  są przeciwległymi wierzchołkami trapezu równoramiennego  $ABCD$ , w którym  $AB \parallel CD$ . Prosta o równaniu  $y = 2x$  jest osią symetrii tego trapezu. Oblicz współrzędne wierzchołków  $B$  i  $D$  oraz pole tego trapezu.





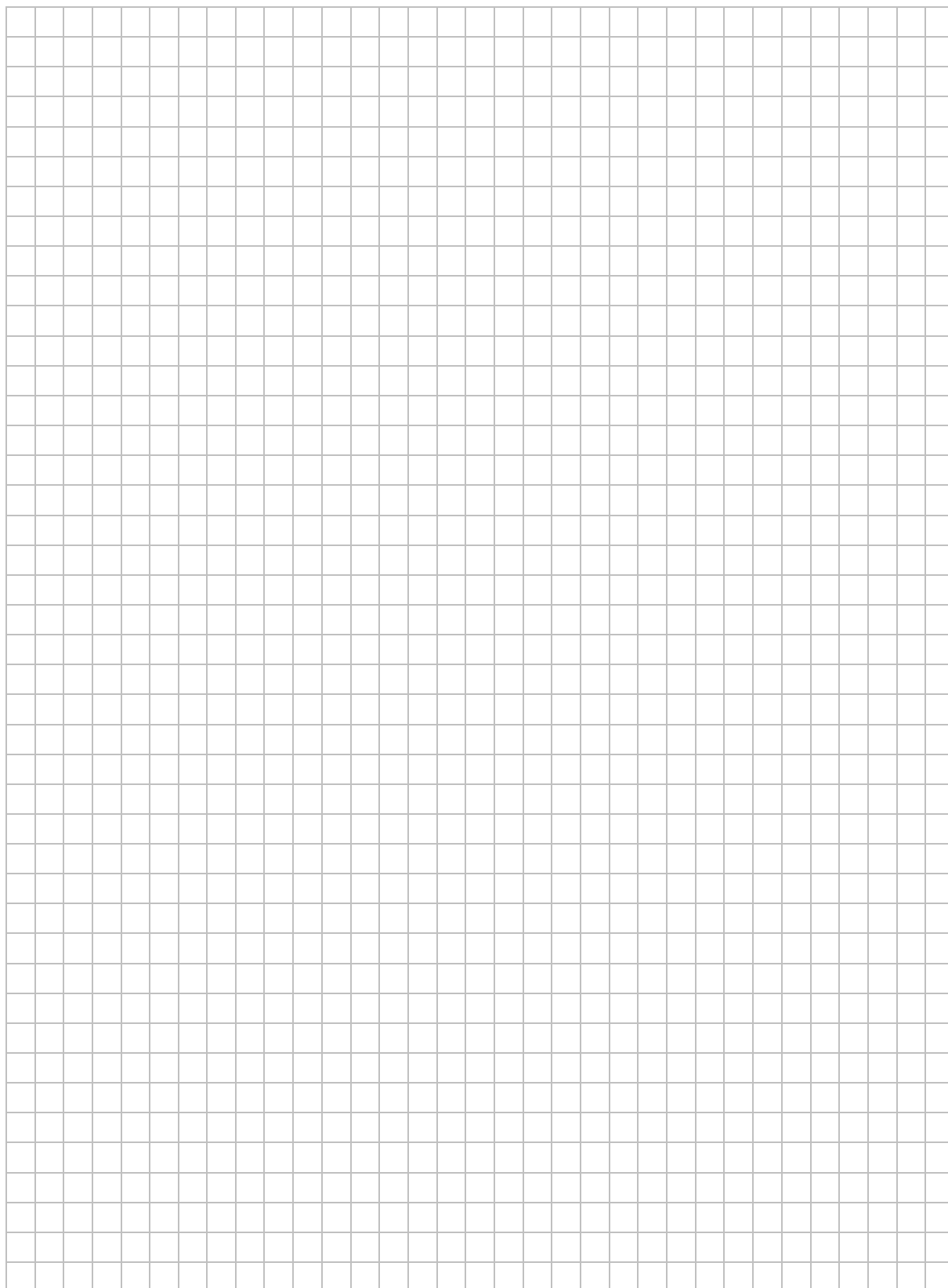
**Zadanie 9. (3 pkt)**

Przekątne trapezu  $ABCD$  przecinają się w punkcie  $P$ . Prosta równoległa do podstaw trapezu, przechodząca przez punkt  $P$ , przecina ramiona  $AD$  i  $BC$  odpowiednio w punktach  $M$  i  $N$ . Wykaż, że  $|MP| = |NP|$ .



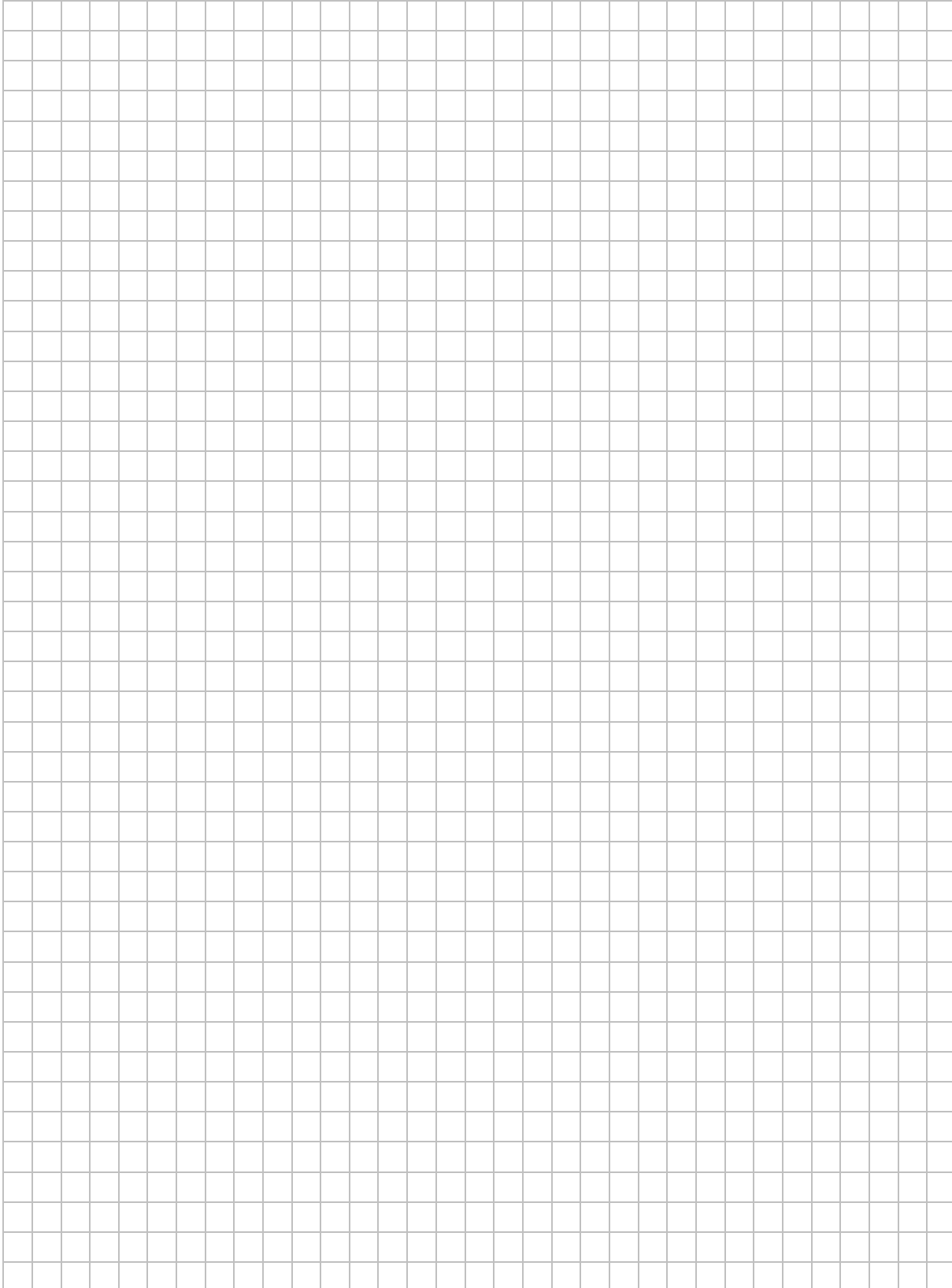
**Zadanie 10. (5 pkt)**

Dany jest kwadrat  $ABCD$  o boku równym 2. Na bokach  $BC$  i  $CD$  wybrano odpowiednio punkty  $E$  i  $F$ , różne od wierzchołków kwadratu, takie że  $|CE| = |DF| = x$ . Oblicz wartość  $x$ , dla której pole trójkąta  $AEF$  jest najmniejsze i oblicz to pole.



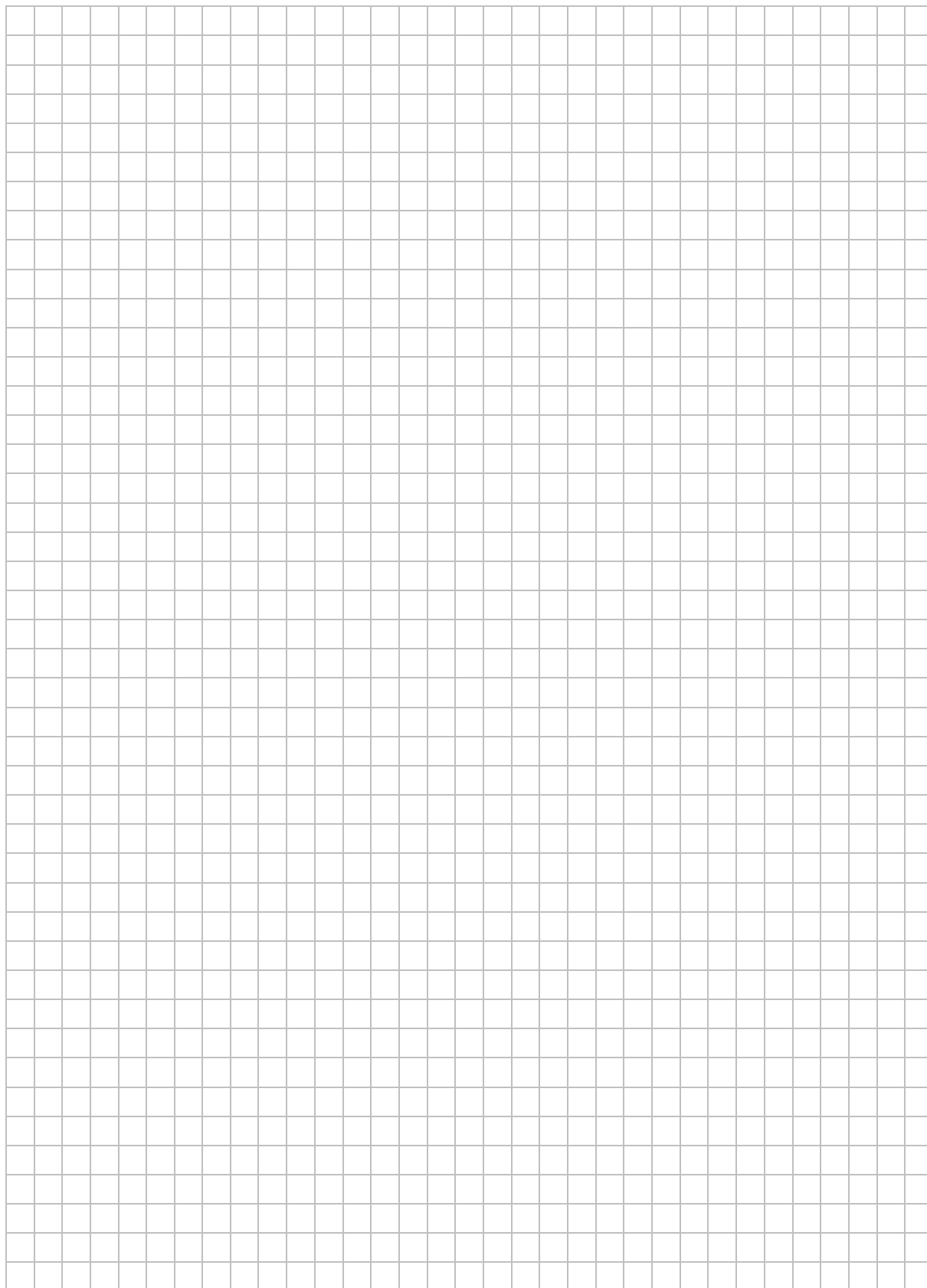
**Zadanie 11. (4 pkt)**

Spośród wszystkich liczb czterocyfrowych o cyfrach ze zbioru  $\{1, 2, 3\}$  losujemy jedną. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że suma wszystkich cyfr wylosowanej liczby jest równa 7.



**Zadanie 12. (4 pkt)**

W ostrosłupie trójkątnym  $ABCS$  o podstawie  $ABC$  i wierzchołku  $S$  dane są:  
 $|AB| = |AC| = |SB| = |SC| = 9$  i  $|AS| = |BC| = 8$ . Oblicz objętość tego ostrosłupa.



**BRUDNOPIS**



PESEL

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

MMA-R1\_1P-113

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

Miejsce na naklejkę  
z nr PESEL

WYPEŁNIA EGZAMINATOR

| Suma punktów             |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 0                        | 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        | 8                        | 9                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 10                       | 11                       | 12                       | 13                       | 14                       | 15                       | 16                       | 17                       | 18                       | 19                       |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 20                       | 21                       | 22                       | 23                       | 24                       | 25                       | 26                       | 27                       | 28                       | 29                       |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 30                       | 31                       | 32                       | 33                       | 34                       | 35                       | 36                       | 37                       | 38                       | 39                       |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 40                       | 41                       | 42                       | 43                       | 44                       | 45                       | 46                       | 47                       | 48                       | 49                       |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 50                       |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
| <input type="checkbox"/> |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

KOD EGZAMINATORA

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|

KOD ZDAJĄCEGO

.....  
Czytelny podpis egzaminatora