

**UZUPEŁNIA ZDAJĄCY**

**KOD**

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|

**PESEL**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

*miejsce  
na naklejkę*

**EGZAMIN MATURALNY  
Z MATEMATYKI  
POZIOM ROZSZERZONY**

DATA: **4 czerwca 2019 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **14:00**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

**UZUPEŁNIA ZESPÓŁ  
NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

☐

dostosowania  
kryteriów oceniania

☐

nieprzenoszenia  
zaznaczeń na kartę

**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 20 stron (zadania 1–15).  
Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi  
w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ☒ pola do tego  
przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ☒ i zaznacz właściwe.
4. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń  
w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to  
rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub  
atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz  
kalkulatora prostego.
10. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL  
i przyklej naklejkę z kodem.
11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



MMA-R1\_1P-193

**NOWA FORMUŁA**

W każdym z zadań od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

**Zadanie 1. (0–1)**

Parametr  $m$  dobrano tak, że każda liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania

$$(4 - m^2) \cdot x = m^2 - 3m + 2$$

z niewiadomą  $x$ . Wynika stąd, że

- A.  $m = -2$                       B.  $m = 1$                       C.  $m = 2$                       D.  $m = 4$

**Zadanie 2. (0–1)**

Dane są trzy niewspółliniowe punkty:  $A = (1, 1)$ ,  $B = (6, 3)$ ,  $C = (4, 5)$ . Ile jest wszystkich punktów  $D$  takich, że czworokąt o wierzchołkach w punktach  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  jest równoległobokiem?

- A. 1                                  B. 2                                  C. 3                                  D. 4

**Zadanie 3. (0–1)**

Wiadomo, że wielomian  $15x^5 - 133x^4 + 383x^3 - 499x^2 + 146x + 120$  ma w zbiorze  $\{\frac{7}{6}, \frac{6}{5}, \frac{8}{7}, \frac{9}{5}\}$  dokładnie jeden pierwiastek wymierny. Jest nim liczba

- A.  $\frac{6}{5}$                                   B.  $\frac{7}{6}$                                   C.  $\frac{8}{7}$                                   D.  $\frac{9}{5}$

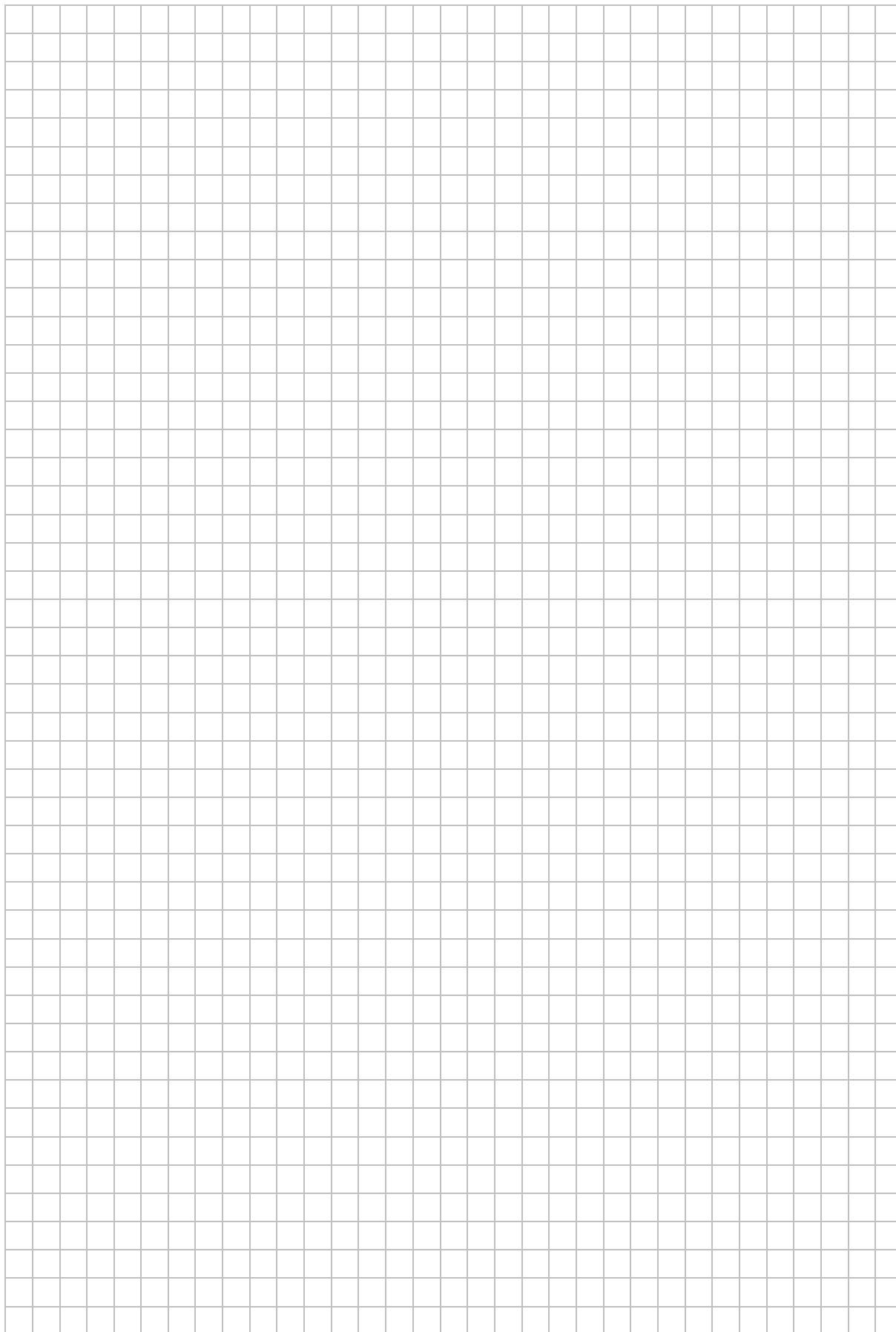
**Zadanie 4. (0–1)**

Nieskończony ciąg geometryczny  $(a_n)$  jest określony w następujący sposób:  $a_1 = \frac{3}{5}$  oraz

$a_{n+1} = \frac{2}{3} \cdot a_n$  dla  $n \geq 1$ . Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa

- A.  $\frac{5}{3}$                                   B.  $\frac{10}{9}$                                   C.  $\frac{9}{10}$                                   D.  $\frac{9}{5}$

## **BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**



### Zadanie 5. (0–2)

W urnie znajduje się 16 kul, które mogą się różnić wyłącznie kolorem. Wśród nich jest 10 kul białych i 6 kul czarnych. Z tej urny losujemy dwukrotnie jedną kulę bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kul białych.

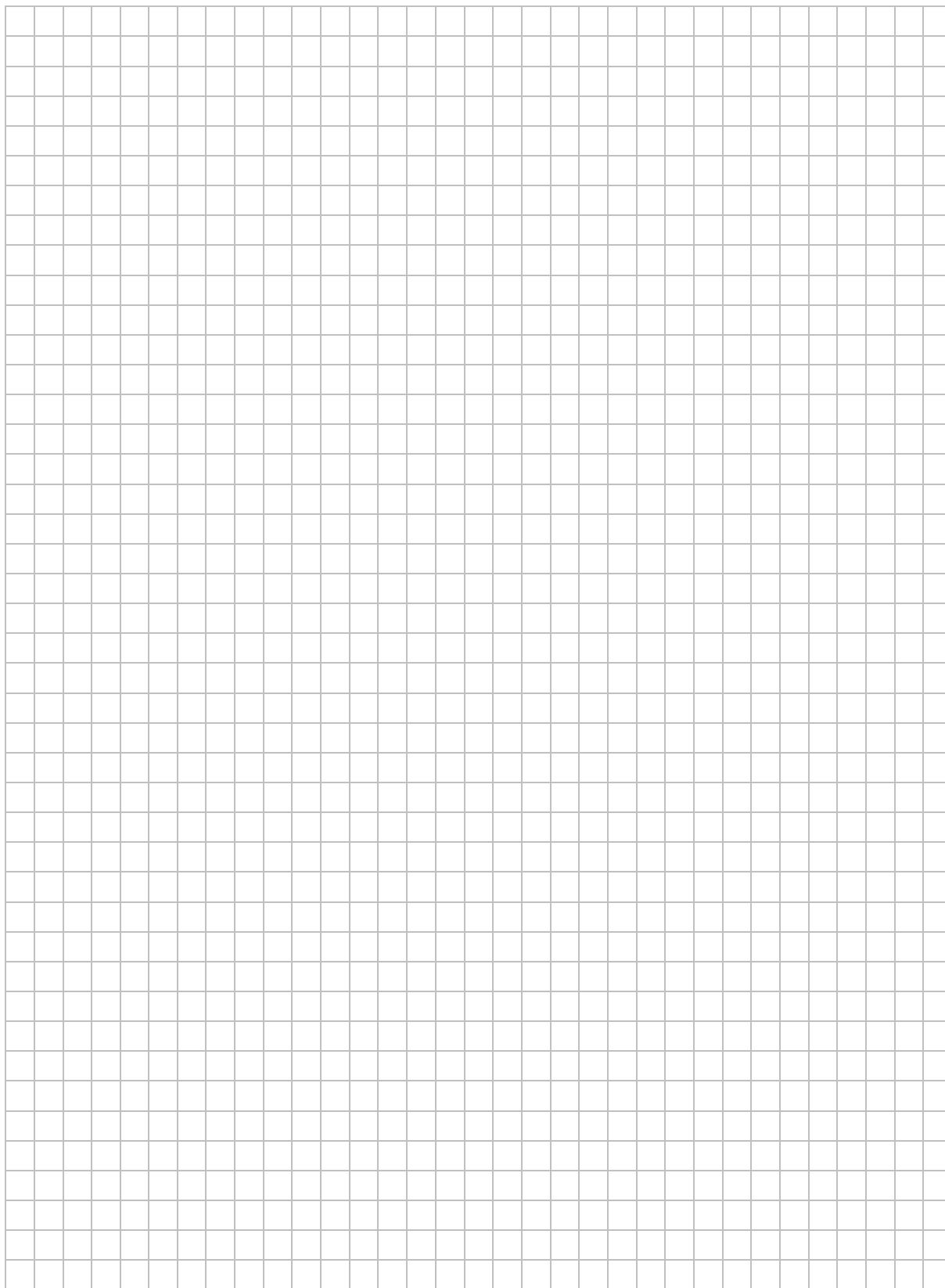
Wpisz w poniższe kratki – od lewej do prawej – trzy kolejne cyfry po przecinku skończonego rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

**Zadanie 6. (0–3)**

Oblicz, ile jest siedmiocyfrowych liczb naturalnych takich, że iloczyn wszystkich ich cyfr w zapisie dziesiętnym jest równy 28.

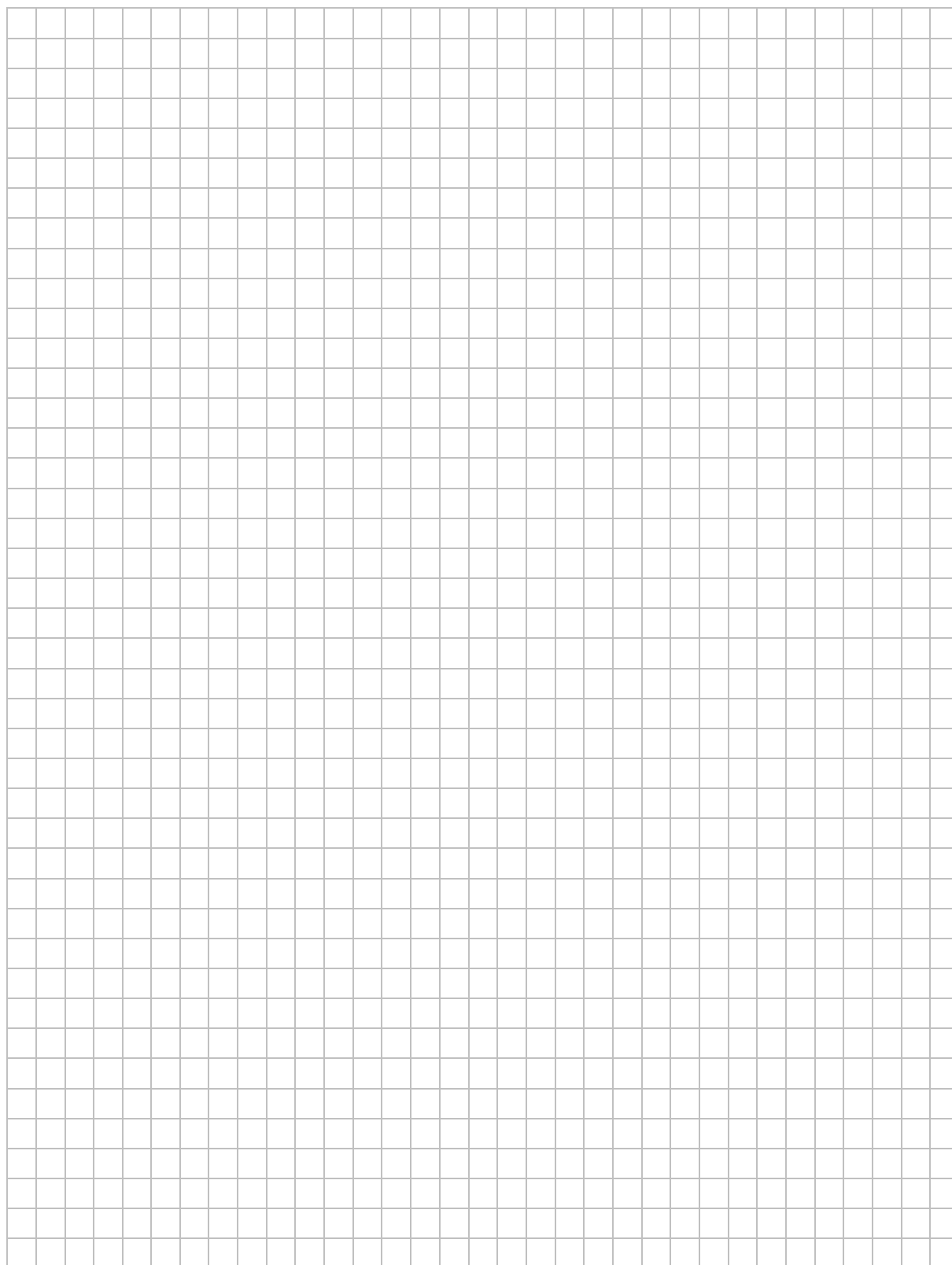
A large grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares, intended for the student to perform calculations or draw diagrams.

Odpowiedź: .....

**Zadanie 7. (0–2)**

Dana jest funkcja  $f$  określona wzorem  $f(x) = \frac{25x^2 - 9}{x^2 + 2}$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x$ .

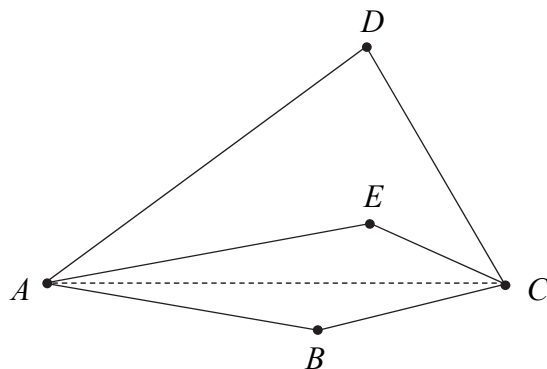
Oblicz wartość  $f'(10)$  pochodnej tej funkcji dla argumentu 10.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 8. (0–3)**

Dwusieczne kątów  $BAD$  i  $BCD$  czworokąta wypukłego  $ABCD$  przecinają się w punkcie  $E$ , przy czym punkty  $B$  i  $E$  leżą po przeciwnych stronach prostej  $AC$  (zobacz rysunek).

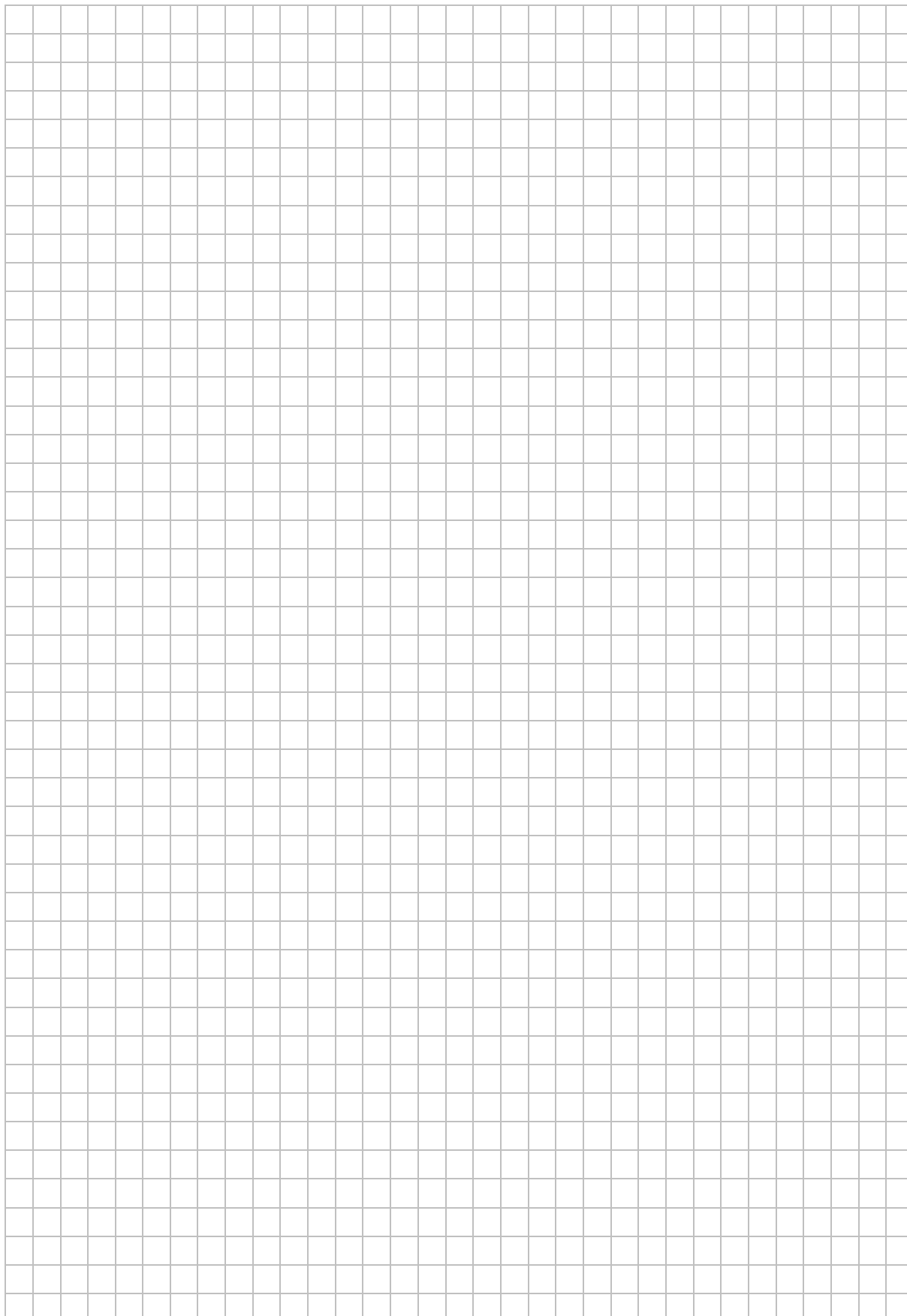


Wykaż, że  $|\sphericalangle ABC| - |\sphericalangle ADC| + 2 \cdot |\sphericalangle AEC| = 360^\circ$ .



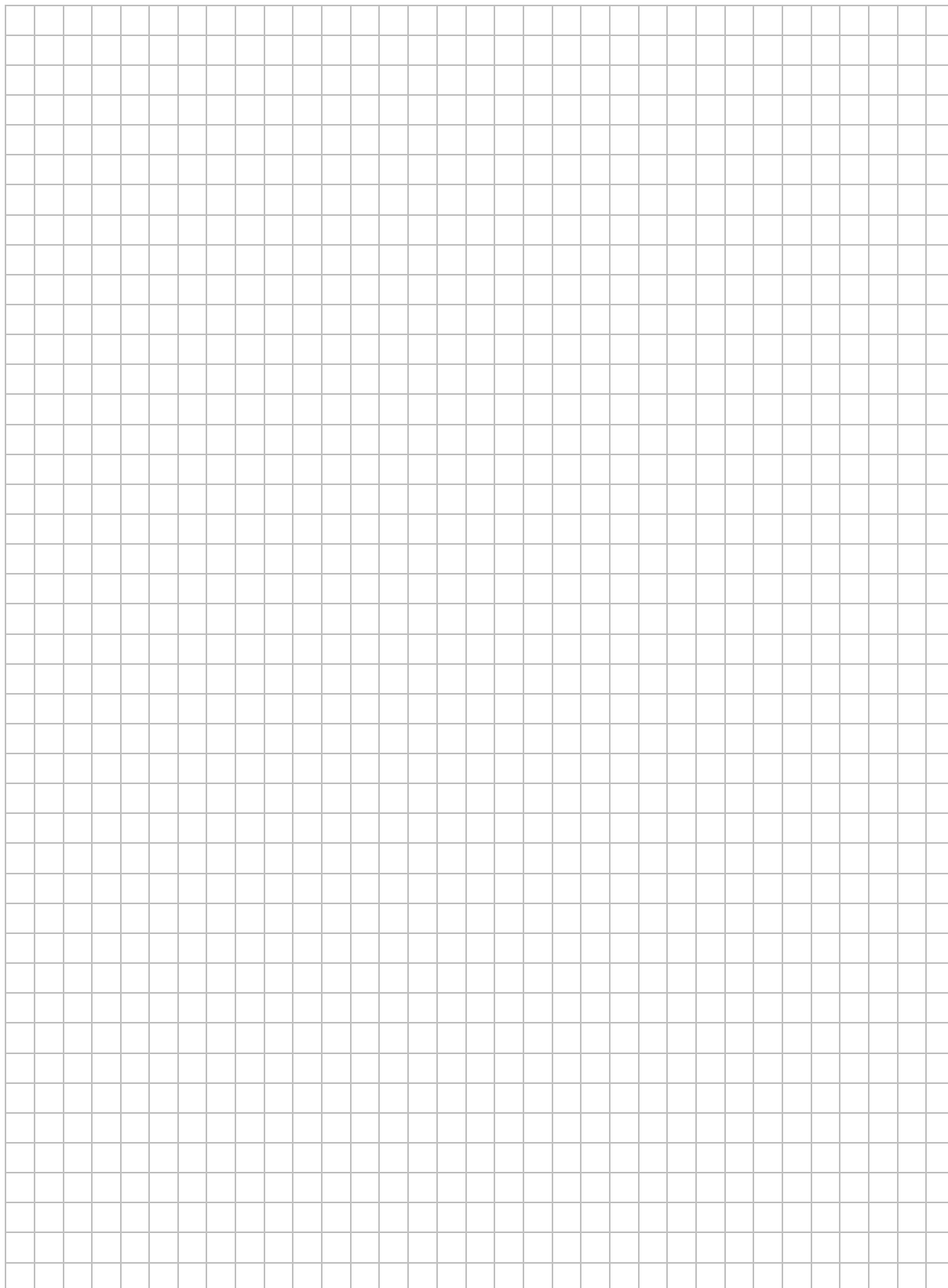
**Zadanie 9. (0–3)**

Udowodnij, że dla każdej liczby nieparzystej  $n$  wyrażenie  $n^5 - 3n^4 - n + 19$  jest podzielne przez 16.



**Zadanie 10. (0–4)**

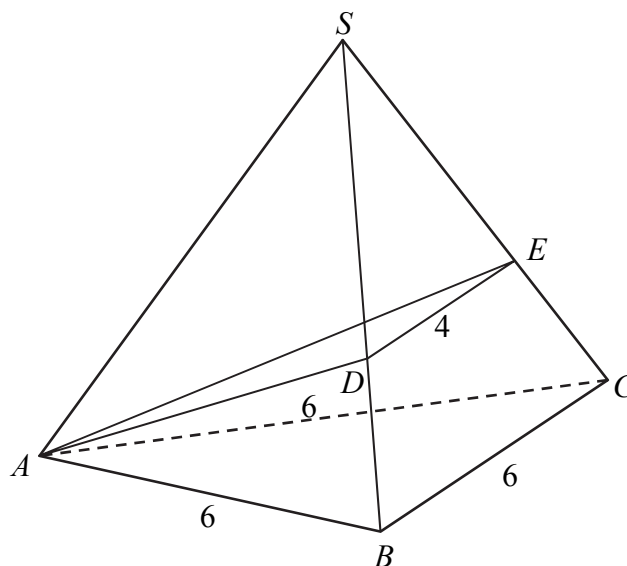
Miara kąta wewnętrznego  $n$ -kąta foremnego jest o  $2^\circ$  mniejsza od miary kąta wewnętrznego  $(n+2)$ -kąta foremnego. Oblicz  $n$ .



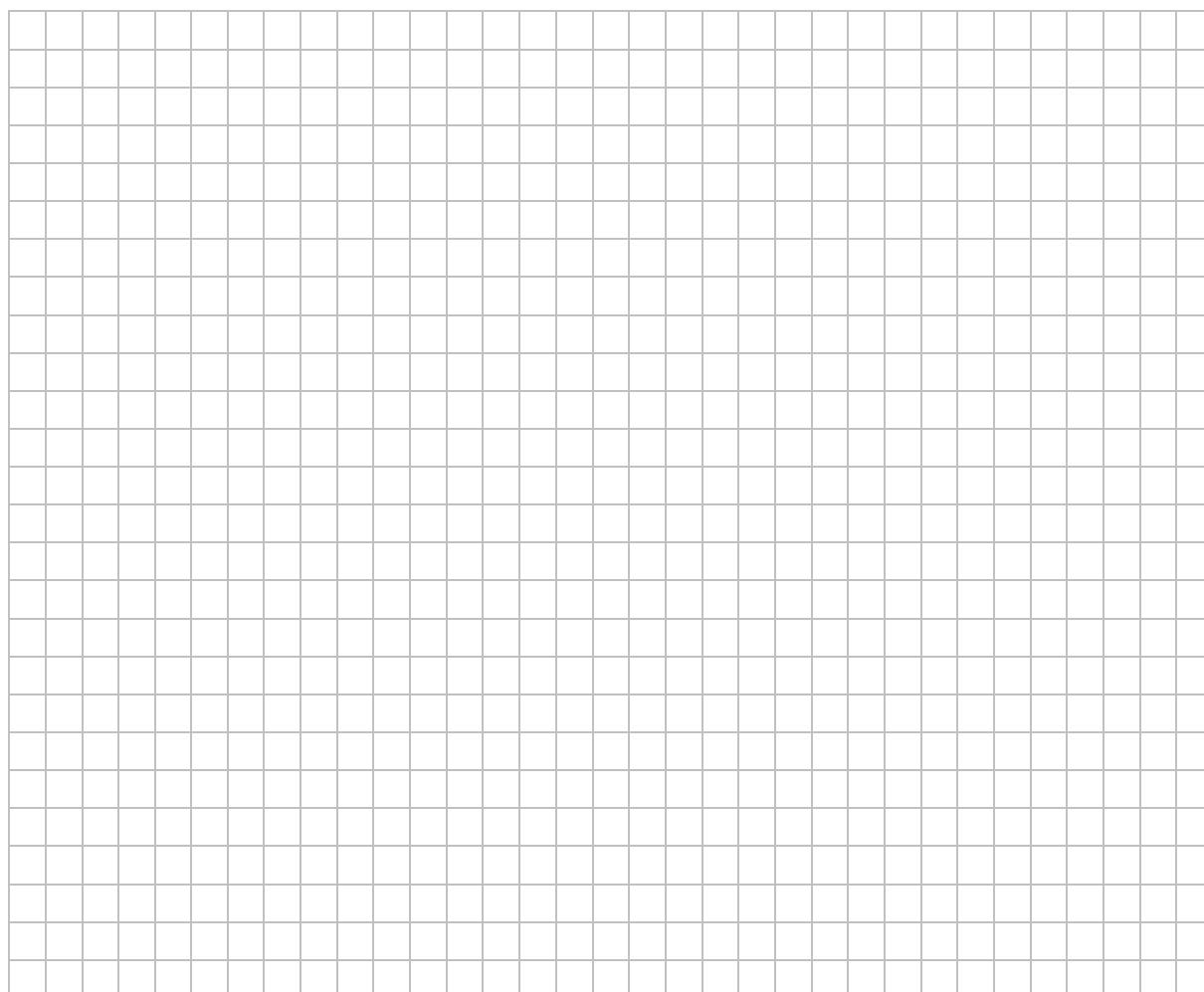
Odpowiedź: .....

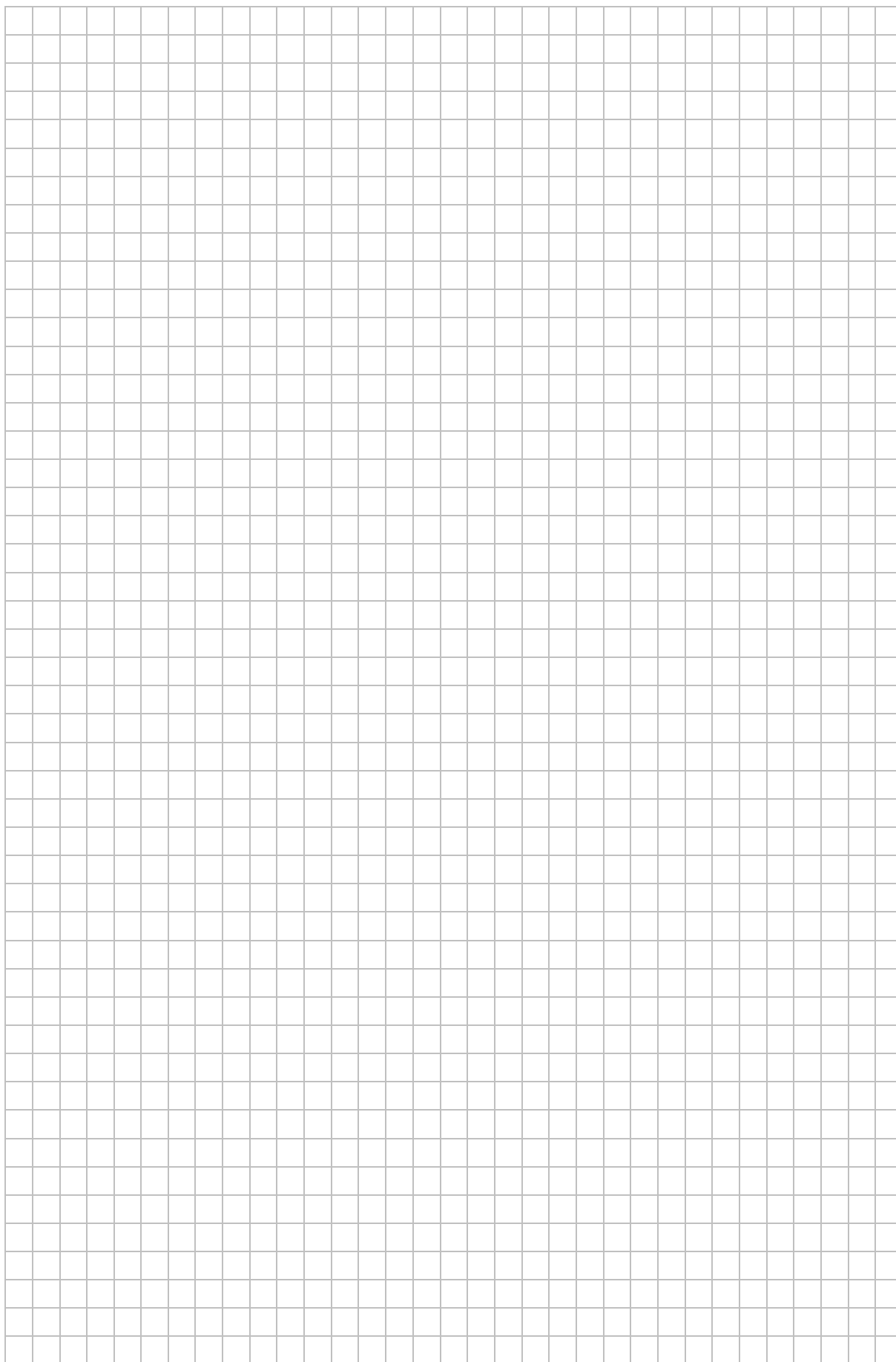
**Zadanie 11. (0–6)**

Podstawą ostrosłupa prawidłowego  $ABCS$  jest trójkąt równoboczny  $ABC$  o boku długości 6. Na krawędziach bocznych  $BS$  i  $CS$  wybrano punkty, odpowiednio  $D$  i  $E$ , takie że  $|BD|=|CE|$  oraz  $|DE|=4$  (zobacz rysunek). Płaszczyzna  $ADE$  jest prostopadła do płaszczyzny ściany bocznej  $BCS$  ostrosłupa.



Oblicz objętość tego ostrosłupa.





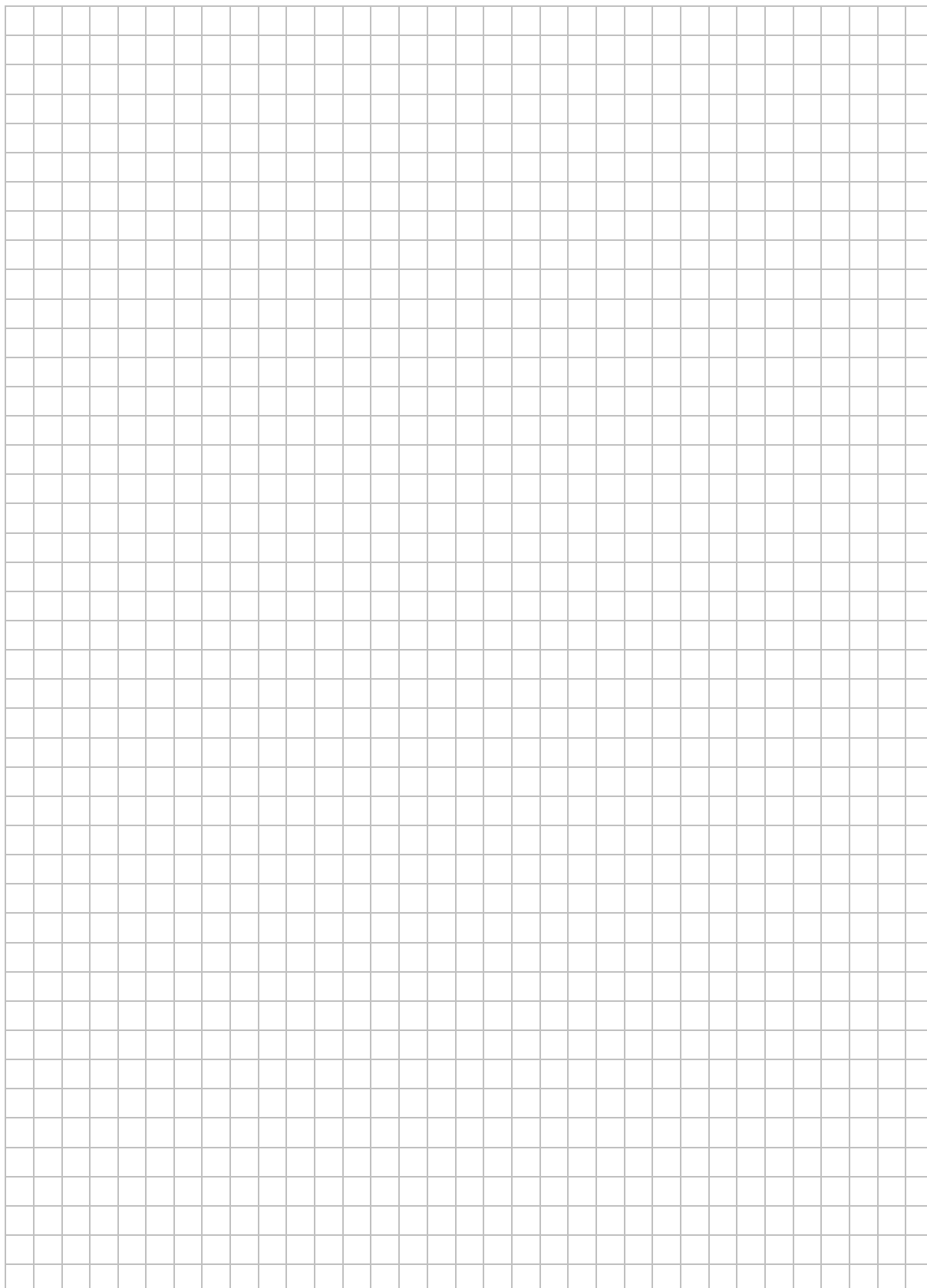
Odpowiedź: .....

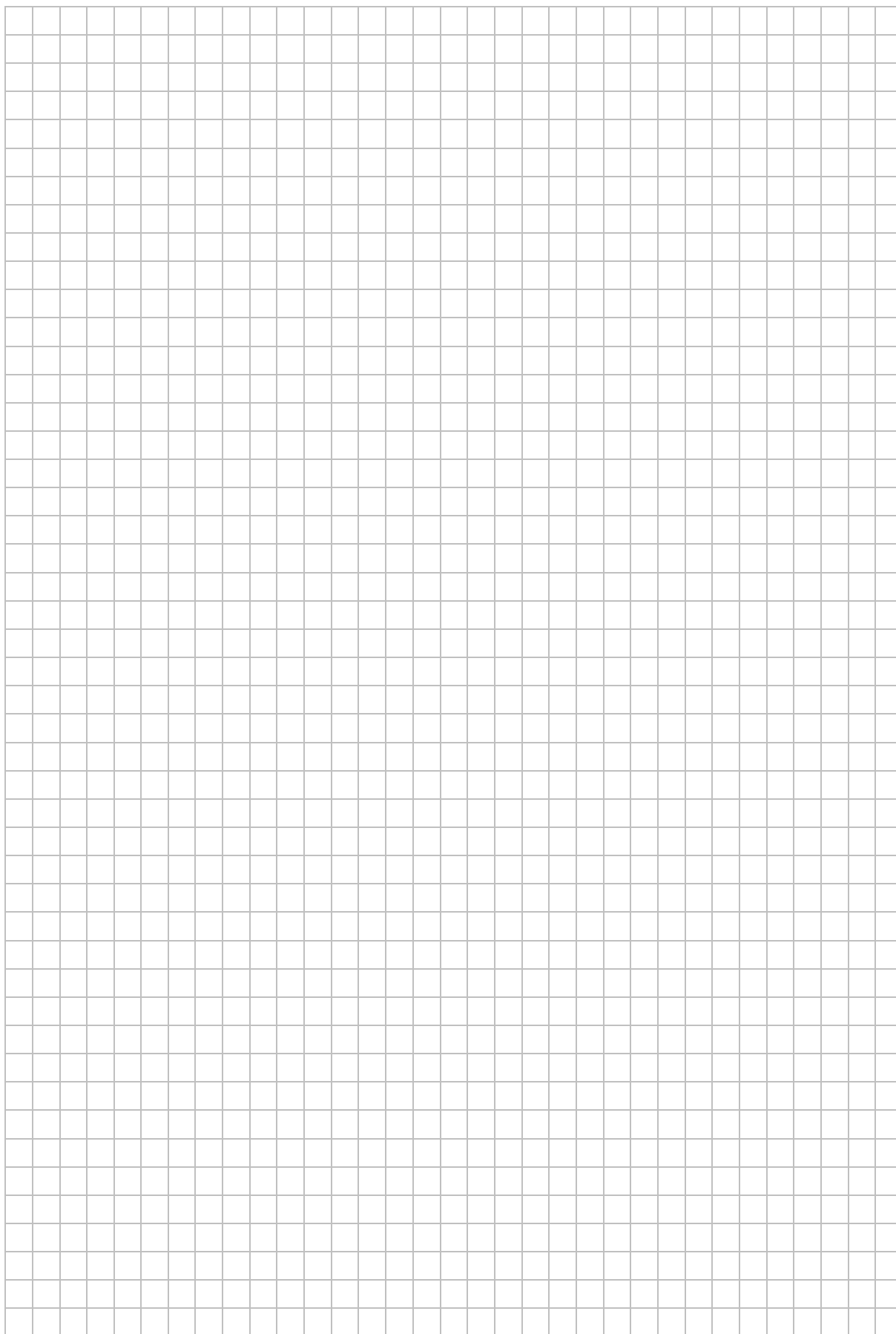
**Zadanie 12. (0–6)**

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których równanie

$$4x^2 + (2 - 4m)x + m^2 - m - 2 = 0$$

ma dwa różne dodatnie rozwiązania  $x_1, x_2$  spełniające nierówność  $x_1^2 + x_2^2 \leq \frac{17}{4}$ .

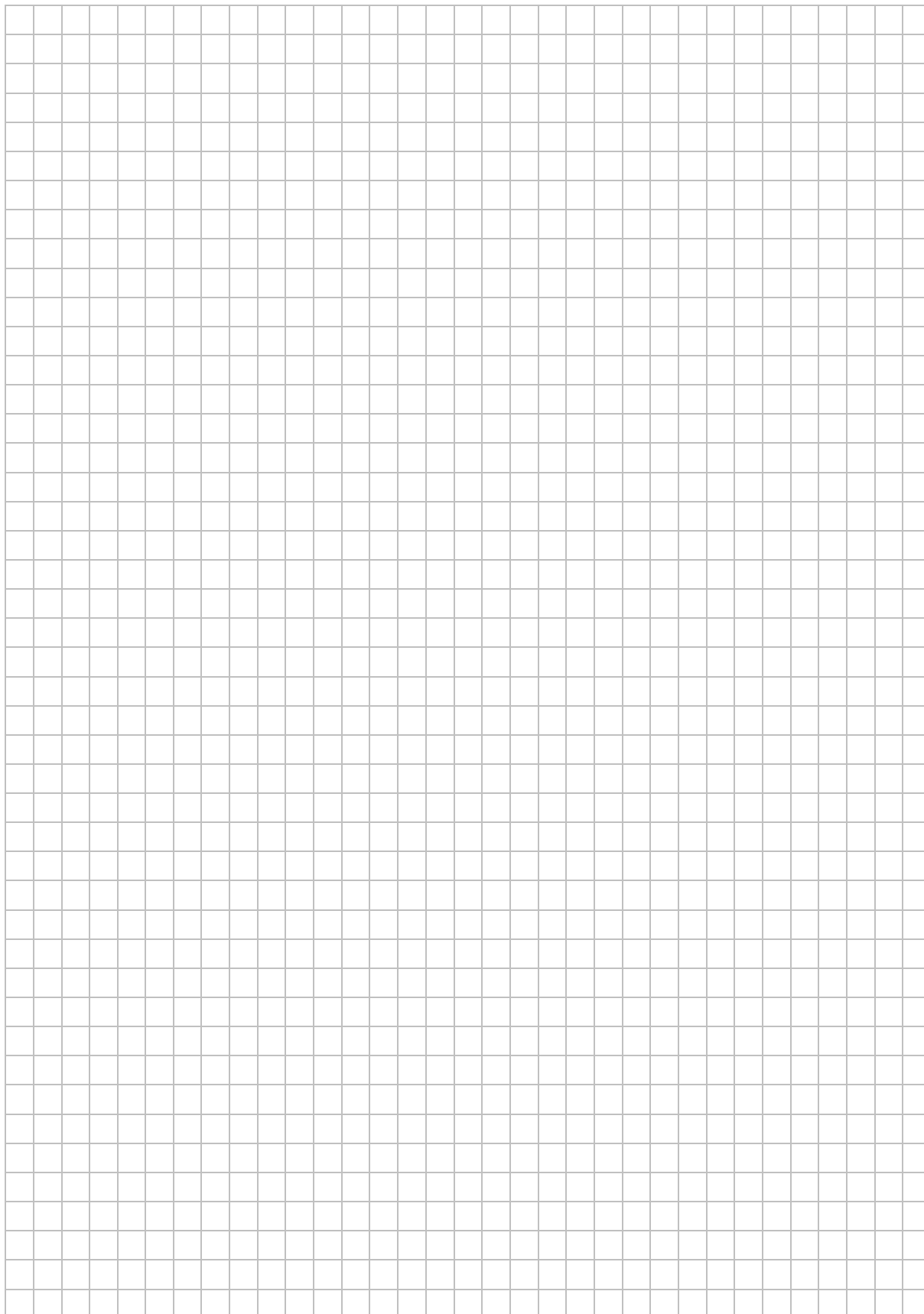


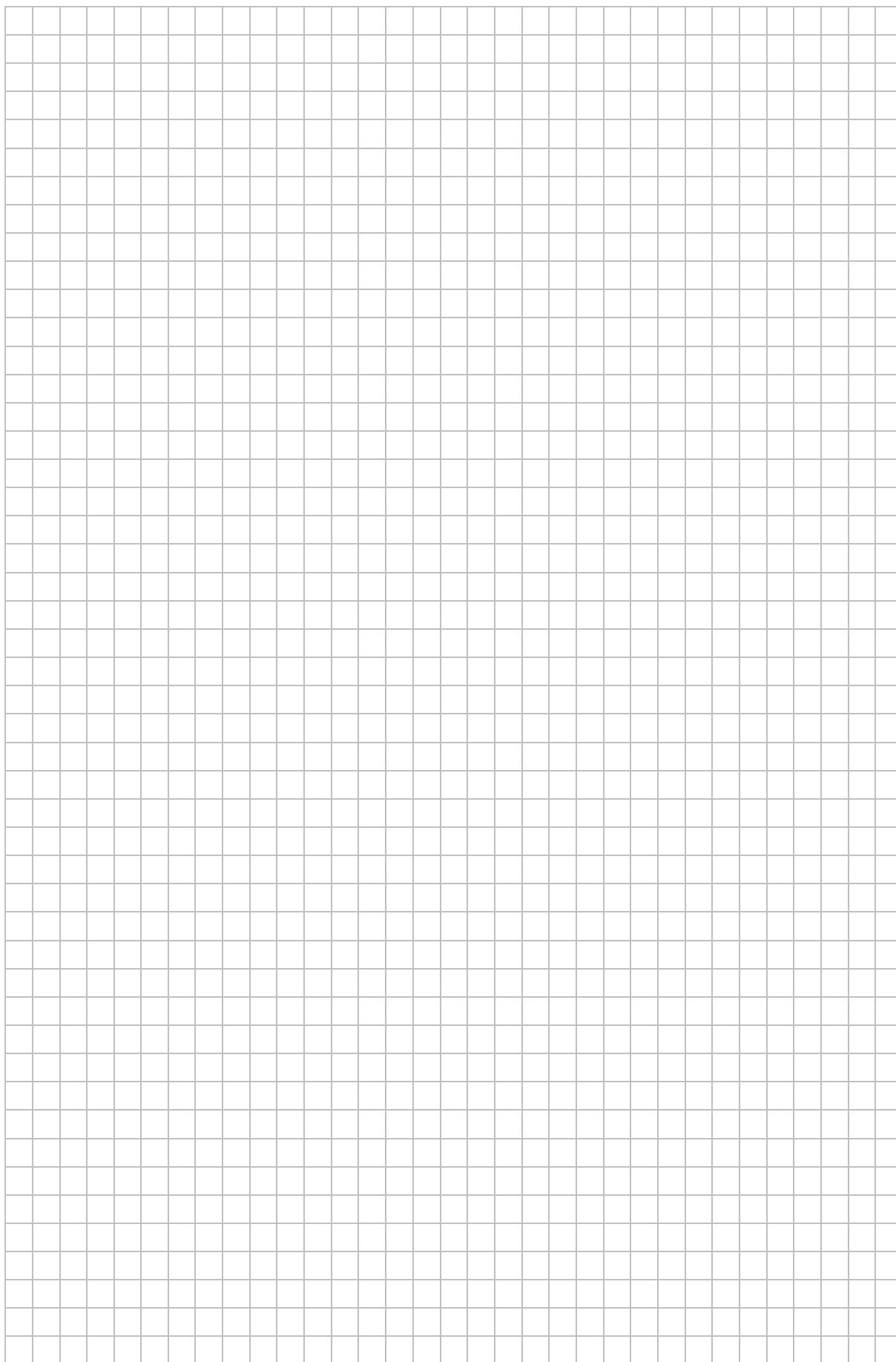


Odpowiedź: .....

**Zadanie 13. (0–6)**

Punkt  $A = (-2, 6)$  jest wierzchołkiem rombu  $ABCD$  o polu 90. Przekątna  $BD$  zawiera się w prostej  $l$  o równaniu  $2x - y - 5 = 0$ . Wyznacz długość boku tego rombu.

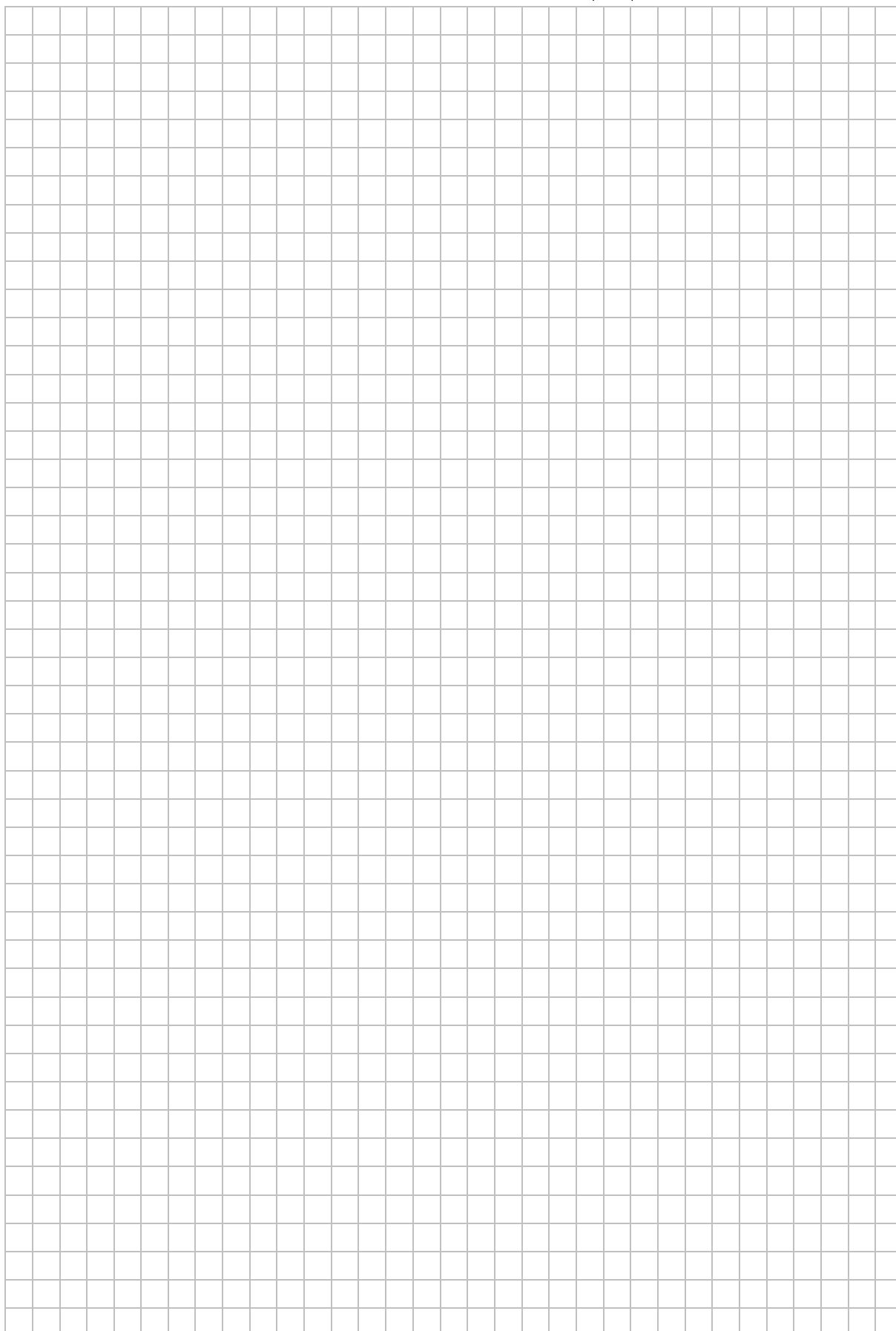


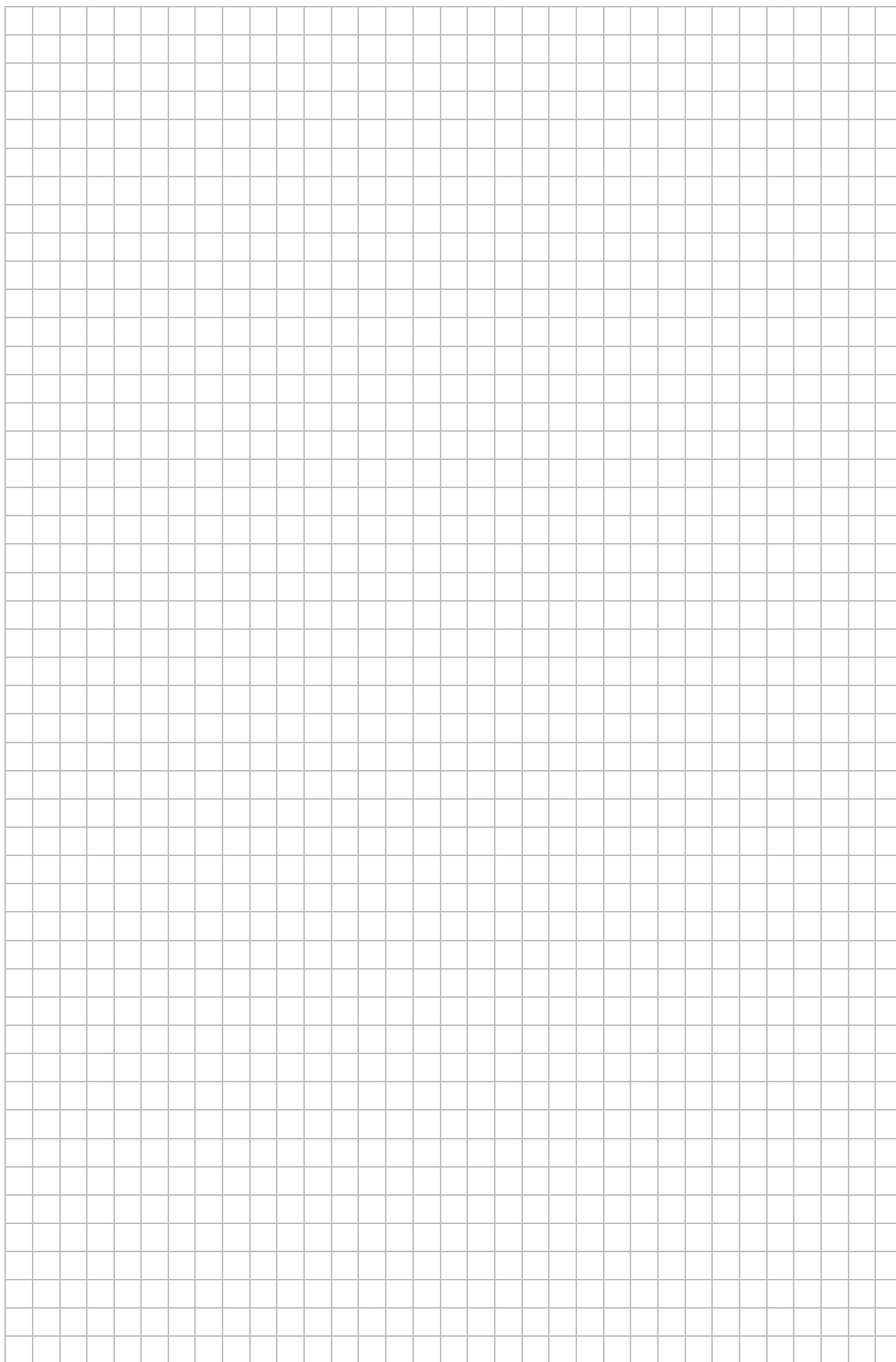


Odpowiedź: .....

**Zadanie 14. (0–4)**

Rozwiąż równanie  $4\sin 7x \cos 2x = 2\sin 9x - 1$  w przedziale  $\langle 0, \pi \rangle$ .





Odpowiedź: .....

**Zadanie 15. (0–7)**

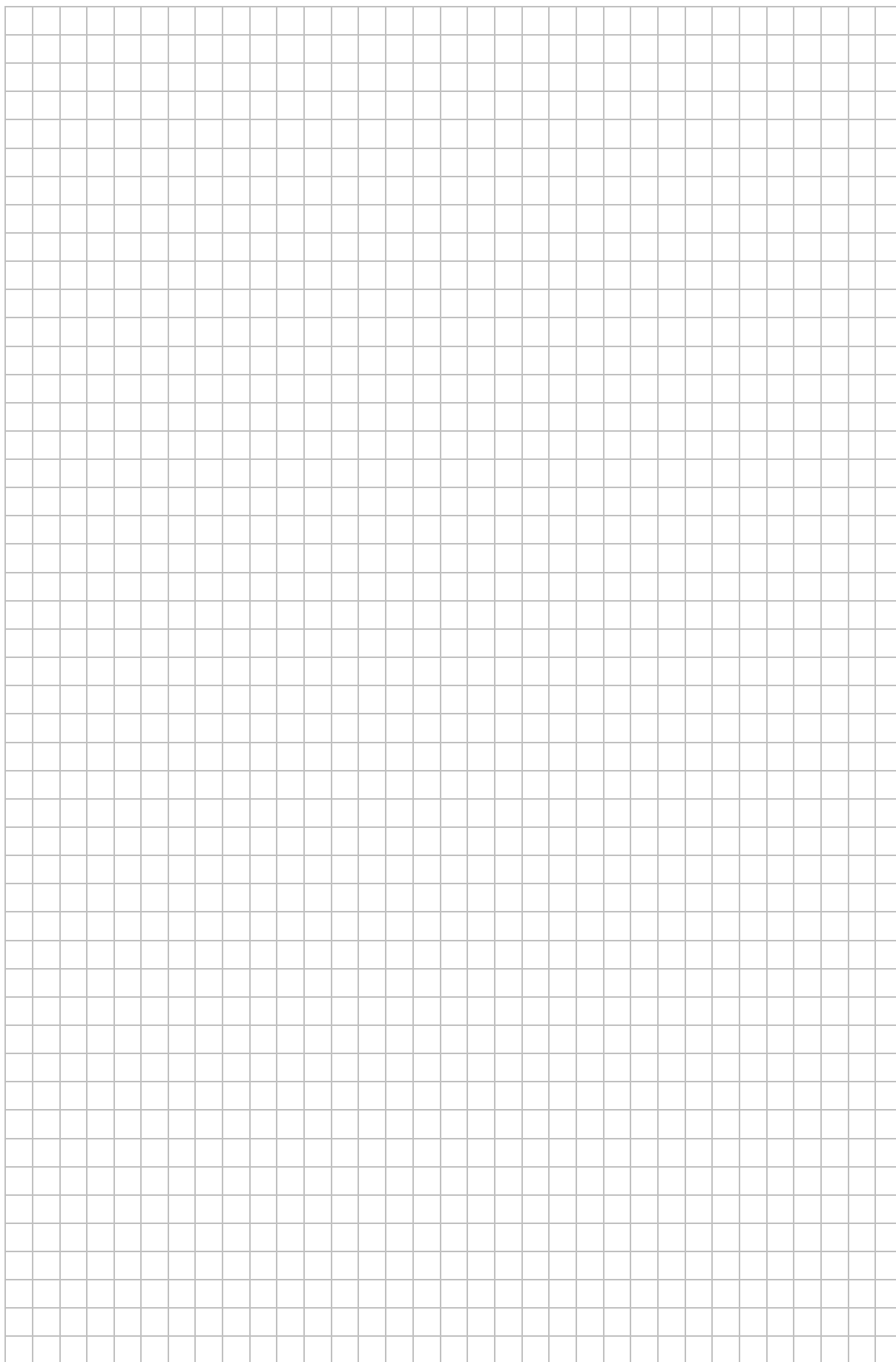
Dany jest okrąg o środku  $S$  i promieniu 18. Rozpatrujemy pary okręgów: jeden o środku  $S_1$  i promieniu  $x$  oraz drugi o środku  $S_2$  i promieniu  $2x$ , o których wiadomo, że spełniają jednocześnie następujące warunki:

- rozważane dwa okręgi są styczne zewnętrznie;
- obydwa rozważane okręgi są styczne wewnętrznie do okręgu o środku  $S$  i promieniu 18;
- punkty:  $S, S_1, S_2$  nie leżą na jednej prostej.

Pole trójkąta o bokach  $a, b, c$  można obliczyć ze wzoru Herona  $P = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ , gdzie  $p$  – jest połową obwodu trójkąta.

Zapisz pole trójkąta  $SS_1S_2$  jako funkcję zmiennej  $x$ . Wyznacz dziedzinę tej funkcji i oblicz długości boków tego z rozważanych trójkątów, którego pole jest największe. Oblicz to największe pole.





Odpowiedź: .....

## **BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**