CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD | **PESEL**

Miejsce na naklejkę.
Sprawdź, czy kod na naklejce to **E-100**.
Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Egzamin maturalny

Formuła 2015

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Symbol arkusza
EMAP-R0-100-2606

DATA: **3 czerwca 2026 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **14:00**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

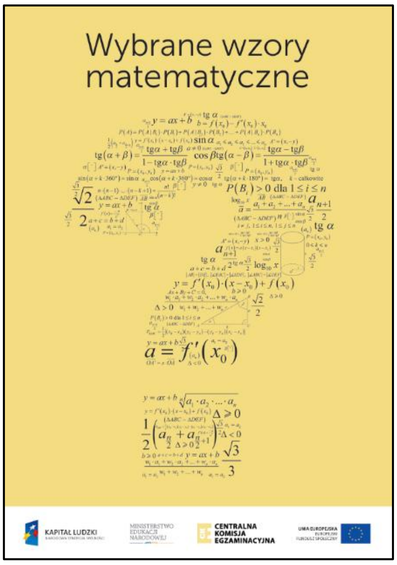
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 33 strony (zadania 1–16). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
4. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–16) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
7. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
8. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
10. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
11. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, z cyrkla i linijki oraz z kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.



Zadania egzaminacyjne są wydrukowane
na następnych stronach.

W każdym z zadań od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny $\left(\frac{\sqrt{3}+1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}-1}{2}, 2-\sqrt{3}, \ldots\right)$.

Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa

A. $\frac{5+3\sqrt{3}}{4}$ **B.** $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ **C.** $\frac{\sqrt{3}+1}{4\cdot\left(\sqrt{3}-1\right)}$ **D.** $\frac{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}{4\cdot\left(\sqrt{3}+3\right)}$

Zadanie 2. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 7$ dla każdej liczby rzeczywistej x.
Funkcja f ma dokładnie

A. jedno ekstremum lokalne – dla $x = -1$.

B. jedno ekstremum lokalne – dla $x = 0$.

C. jedno ekstremum lokalne – dla $x = 1$.

D. dwa ekstrema lokalne – dla $x = 0$ oraz dla $x = 1$.

Zadanie 3. (0–1)

Wartość wyrażenia $\sqrt{25^a + 49^b}$ dla $a = \frac{1}{\log_6 5}$ oraz $b = \frac{1}{\log_8 7}$

jest równa

A. 9 **B.** 10 **C.** 12 **D.** 15

Zadanie 4. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$ dla każdej liczby rzeczywistej x.
Największa wartość funkcji f jest równa

A. 0 **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** 1 **D.** 2

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 5. (0–2)

Oblicz granicę

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^5 - 2x^4 + x^2 - 3x + 2}{x^3 - 2x^2 + 3x - 6}$$

W poniższe kratki wpisz kolejno – od lewej do prawej – pierwszą, drugą i trzecią cyfrę po przecinku nieskończonego rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 6. (0–3)

Rozważamy wszystkie dziewięciocyfrowe kody, które spełniają jednocześnie następujące warunki:

- na pierwszym miejscu kodu znajduje się cyfra 2
- cyfra 4 występuje w kodzie dokładnie trzy razy
- cyfra 8 występuje dokładnie dwa razy
- pozostałe cyfry kodu są parami różnymi liczbami nieparzystymi.

Oblicz liczbę wszystkich takich kodów.

Zadanie 7. (0–3)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{ax^2 + x}{x - 1}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 1$.

Wyznacz wszystkie wartości a, dla których pochodna funkcji f w punkcie $x = a$ jest równa $\left(-\frac{1}{2}a\right)$.

Zadanie 8. (0–3)

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej x i dla każdej liczby rzeczywistej y prawdziwa jest nierówność

$$xy + x + y \leq x^2 + y^2 + 1$$

Zadanie 9. (0–3)

Odcinek CD jest wysokością trójkąta równoramiennego ABC, w którym $|AC| = |BC|$. Prosta p jest prostopadła do boku BC i przecina ten bok w punkcie L. Ta prosta przecina wysokość CD w punkcie K oraz przecina bok AC w punkcie różnym od A.

Wykaż, że $|\measuredangle CAK| = |\measuredangle KDL|$.

Zadanie 10. (0–4)

Chleb sprzedawany w pewnym supermarkecie pochodzi z trzech piekarni: $\mathcal{P}_1$, $\mathcal{P}_2$, $\mathcal{P}_3$.
Stosunek liczby bochenków chleba dostarczonego przez piekarnie $\mathcal{P}_1$, $\mathcal{P}_2$ oraz $\mathcal{P}_3$ do tego supermarketu jest – odpowiednio – równy $2 : 3 : 4$.
Liczba bochenków chleba razowego dostarczonego do tego supermarketu z piekarni:

- $\mathcal{P}_1$ stanowi 10% liczby wszystkich bochenków chleba dostarczonego z tej piekarni
- $\mathcal{P}_2$ stanowi 12% liczby wszystkich bochenków chleba dostarczonego z tej piekarni
- $\mathcal{P}_3$ stanowi 15% liczby wszystkich bochenków chleba dostarczonego z tej piekarni.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że bochenek chleba losowo wybrany w tym supermarkecie pochodzi z piekarni $\mathcal{P}_1$, jeśli wiadomo, że ten chleb jest razowy.

Zadanie 11. (0–4)

Trzywyrazowy ciąg (x, y, z) jest geometryczny. Jeżeli w tym ciągu pomniejszymy trzeci wyraz o 4, a pozostałe wyrazy pozostawimy bez zmian, to otrzymamy ciąg arytmetyczny. Jeżeli drugi i trzeci wyraz tak otrzymanego ciągu arytmetycznego pomniejszymy o 1, to otrzymamy nowy ciąg geometryczny.

Oblicz x, y oraz z.

Zadanie 12. (0–4)

Pole czworokąta $ABCD$ wpisanego w okrąg jest równe 18. Boki AB i BC są prostopadłe, a ponadto $|AB| = 4$ oraz $|BC| = 7$.

Oblicz obwód tego czworokąta.

Zadanie 13. (0–4)

Rozwiąż równanie

$$\sin x + \sin(2x) - \cos x = \frac{1}{2}$$

Zadanie 14. (0–5)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie

$$x^2 + mx + m = 0$$

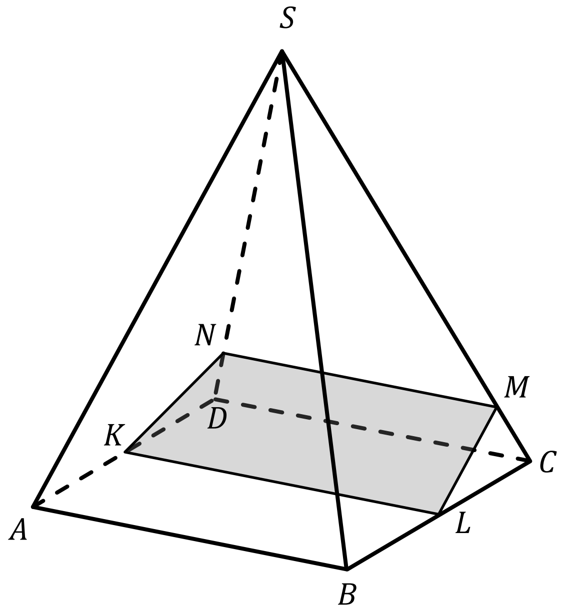
ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1 oraz x_2 spełniające warunek

$$x_1^4 + x_2^4 + 4 \cdot x_1^3 \cdot x_2^3 \geq 3$$

Zadanie 15. (0–5)

Ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCDS$ o podstawie $ABCD$ ma objętość równą $36\sqrt{3}$. Ten ostrosłup przecięto płaszczyzną γ, która:

- jest prostopadła do ściany bocznej CDS ostrosłupa
- przechodzi przez środek K krawędzi AD oraz środek L krawędzi BC
- przecina krawędź boczną CS w punkcie M oraz krawędź boczną DS w punkcie N
- tworzy z płaszczyzną podstawy $ABCD$ kąt o mierze $30°$.



Przekrój $KLMN$ wyznaczony przez płaszczyznę γ jest trapezem równoramiennym.

Oblicz pole trapezu $KLMN$.

Zadanie 16. (0–6)

W układzie współrzędnych (x, y) rozważamy wszystkie trójkąty prostokątne ABC, w których $C = (0, 0)$, wierzchołek B leży na dodatniej półosi Oy, wierzchołek A leży na dodatniej półosi Ox, natomiast bok AB jest zawarty w prostej przechodzącej przez punkt $K = (1, 2)$.

a) Wykaż, że pole P trójkąta ABC w zależności od współczynnika kierunkowego a prostej AB jest określone wzorem

$$P(a) = \frac{-a^2 + 4a - 4}{2a}$$

b) Pole P trójkąta ABC w zależności od współczynnika kierunkowego a prostej AB jest określone wzorem

$$P(a) = \frac{-a^2 + 4a - 4}{2a}$$

dla $a < 0$.
Wyznacz równanie prostej zawierającej przeciwprostokątną AB tego z rozważanych trójkątów, który ma najmniejsze pole.

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Formuła 2015

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Formuła 2015

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Formuła 2015