CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD | **PESEL**

Miejsce na naklejkę.
Sprawdź, czy kod na naklejce to **M-100**.
Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Egzamin maturalny *Formuła 2023*

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Symbol arkusza
MMAP-R0-100-2606

DATA: **3 czerwca 2026 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **14:00**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

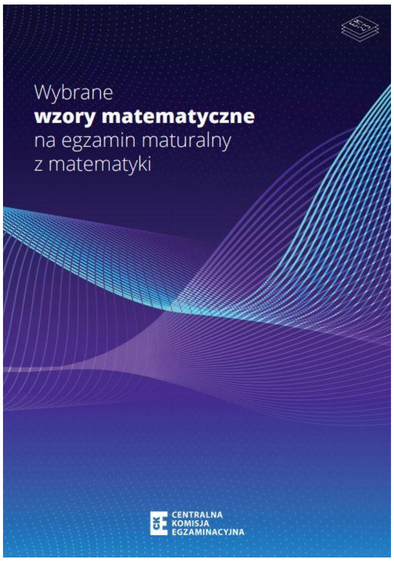
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 33 strony (zadania 1–13).
   Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Nie wpisuj żadnych znaków w tabelkach przeznaczonych dla egzaminatora. Tabelki są umieszczone na marginesie przy każdym zadaniu.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, z cyrkla i linijki oraz z kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.



Zadania egzaminacyjne są wydrukowane na następnych stronach.

Zadanie 1. (0–2)

Dane są liczby rzeczywiste a oraz b:

$$a = 16^{\frac{1}{2} \cdot \log_4 36 - 2 \cdot \log_4 3}$$

$$b = \log_2 9 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 8$$

Oblicz wartość ilorazu $\boldsymbol{\frac{a}{2b}}$. Wynik zapisz w postaci $\boldsymbol{3^k}$, gdzie $\boldsymbol{k \in \mathbb{Z}}$. Zapisz obliczenia.

Zadanie 2. (0–3)

Rozważamy wszystkie dziewięciocyfrowe kody, które spełniają jednocześnie następujące warunki:

- na pierwszym miejscu kodu znajduje się cyfra 2
- cyfra 4 występuje w kodzie dokładnie trzy razy
- cyfra 8 występuje dokładnie dwa razy
- pozostałe cyfry kodu są parami różnymi liczbami nieparzystymi.

Oblicz liczbę wszystkich takich kodów. Zapisz obliczenia.

2.
0–1–2–3

Zadanie 3. (0–3)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{ax^2 + x}{x - 1}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 1$.

Wyznacz wszystkie wartości a, dla których pochodna funkcji f w punkcie $x = a$ jest równa $\left(-\frac{1}{2}a\right)$. Zapisz obliczenia.

Zadanie 4. (0–3)

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej x i dla każdej liczby rzeczywistej y prawdziwa jest nierówność

$$xy + x + y \leq x^2 + y^2 + 1$$

4.
0–1–2–3

Zadanie 5. (0–3)

Odcinek CD jest wysokością trójkąta równoramiennego ABC, w którym $|AC| = |BC|$. Prosta p jest prostopadła do boku BC i przecina ten bok w punkcie L. Ta prosta przecina wysokość CD w punkcie K oraz przecina bok AC w punkcie różnym od A.

Wykaż, że $|\sphericalangle CAK| = |\sphericalangle KDL|$.

Zadanie 6. (0–4)

Chleb sprzedawany w pewnym supermarkecie pochodzi z trzech piekarni: $\mathcal{P}_1$, $\mathcal{P}_2$, $\mathcal{P}_3$.
Stosunek liczby bochenków chleba dostarczonego przez piekarnie $\mathcal{P}_1$, $\mathcal{P}_2$ oraz $\mathcal{P}_3$ do tego supermarketu jest – odpowiednio – równy $2 : 3 : 4$.
Liczba bochenków chleba razowego dostarczonego do tego supermarketu z piekarni:

- $\mathcal{P}_1$ stanowi 10% liczby wszystkich bochenków chleba dostarczonego z tej piekarni
- $\mathcal{P}_2$ stanowi 12% liczby wszystkich bochenków chleba dostarczonego z tej piekarni
- $\mathcal{P}_3$ stanowi 15% liczby wszystkich bochenków chleba dostarczonego z tej piekarni.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że bochenek chleba losowo wybrany w tym supermarkecie pochodzi z piekarni $\mathcal{P}_1$, jeśli wiadomo, że ten chleb jest razowy. Zapisz obliczenia.

Zadanie 7. (0–4)

Nieskończony ciąg geometryczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa 14. Suma sześcianów wszystkich wyrazów ciągu (a_n) jest równa 392.

Wyznacz wzór ogólny na n-ty wyraz ciągu (a_n). Zapisz obliczenia.

Zadanie 8. (0–4)

Trzywyrazowy ciąg (x, y, z) jest geometryczny. Jeżeli w tym ciągu pomniejszymy trzeci wyraz o 4, a pozostałe wyrazy pozostawimy bez zmian, to otrzymamy ciąg arytmetyczny. Jeżeli drugi i trzeci wyraz tak otrzymanego ciągu arytmetycznego pomniejszymy o 1, to otrzymamy nowy ciąg geometryczny.

Oblicz x, y oraz z. Zapisz obliczenia.

Zadanie 9. (0–4)

Pole czworokąta $ABCD$ wpisanego w okrąg jest równe 18. Boki AB i BC są prostopadłe, a ponadto $|AB| = 4$ oraz $|BC| = 7$.

Oblicz obwód tego czworokąta. Zapisz obliczenia.

Zadanie 10. (0–4)

Rozwiąż równanie

$$\sin x + \sin(2x) - \cos x = \frac{1}{2}$$

Zapisz obliczenia.

Zadanie 11. (0–5)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie

$$x^2 + mx + m = 0$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1 oraz x_2 spełniające warunek

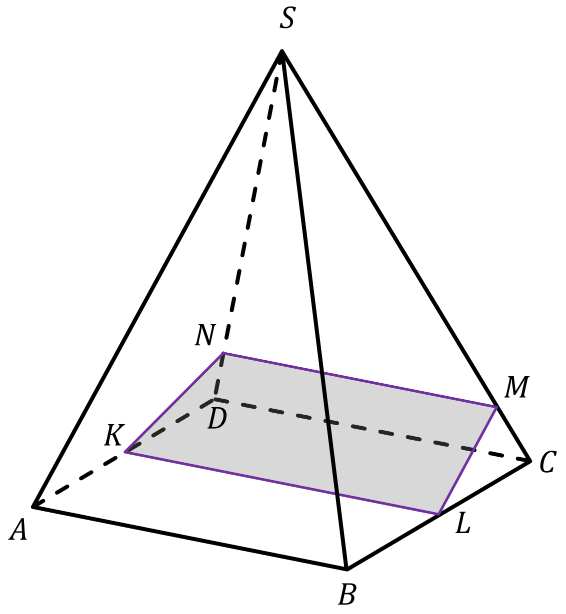
$$x_1^4 + x_2^4 + 4 \cdot x_1^3 \cdot x_2^3 \geq 3$$

Zapisz obliczenia.

Zadanie 12. (0–5)

Ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCDS$ o podstawie $ABCD$ ma objętość równą $36\sqrt{3}$. Ten ostrosłup przecięto płaszczyzną γ, która:

- jest prostopadła do ściany bocznej CDS ostrosłupa
- przechodzi przez środek K krawędzi AD oraz środek L krawędzi BC
- przecina krawędź boczną CS w punkcie M oraz krawędź boczną DS w punkcie N
- tworzy z płaszczyzną podstawy $ABCD$ kąt o mierze $30°$.



Przekrój $KLMN$ wyznaczony przez płaszczyznę γ jest trapezem równoramiennym.

Oblicz pole trapezu $KLMN$. Zapisz obliczenia.

Zadanie 13.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) rozważamy wszystkie trójkąty prostokątne ABC, w których $C = (0, 0)$, wierzchołek B leży na dodatniej półosi Oy, wierzchołek A leży na dodatniej półosi Ox, natomiast bok AB jest zawarty w prostej przechodzącej przez punkt $K = (1, 2)$.

Zadanie 13.1. (0–2)

Wykaż, że pole P trójkąta ABC w zależności od współczynnika kierunkowego a prostej AB jest określone wzorem

$$\boldsymbol{P(a) = \frac{-a^2 + 4a - 4}{2a}}$$

Zadanie 13.2. (0–4)

Pole P trójkąta ABC w zależności od współczynnika kierunkowego a prostej AB jest określone wzorem

$$P(a) = \frac{-a^2 + 4a - 4}{2a}$$

dla $a < 0$.

Wyznacz równanie prostej zawierającej przeciwprostokątną AB tego z rozważanych trójkątów, który ma najmniejsze pole. Zapisz obliczenia.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Formuła 2023

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Formuła 2023

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Formuła 2023