

Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy: 180 minut

**LISTOPAD
2018**

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 12 stron (zadania 1.–16.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–5.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W zadaniu kodowanym (6.) wpisz w tabelę wyniku trzy cyfry wymagane w poleceniu.
5. W rozwiązaniach zadań otwartych (7.–16.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
6. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Życzymy powodzenia!

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

--	--	--

**KOD
ZDAJĄCEGO**

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–5. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Jeżeli (a_n) jest nieskończonym i niemonotonicznym ciągiem geometrycznym, w którym $a_1 = 16$ i $a_3 = 1$, to suma wszystkich jego wyrazów wynosi:

- A. $21\frac{1}{3}$ B. 12,8 C. 0,8 D. $5\frac{1}{3}$

Zadanie 2. (0–1)

Dziedziną funkcji $f(x) = \log_{x+1}(4 - x^2)$ jest:

- A. $(-2, 0) \cup (0, 2)$ B. $(-2, -1) \cup (-1, 2)$ C. $(-1, 0) \cup (0, 2)$ D. $(-1, 2)$

Zadanie 3. (0–1)

Równanie $\left|3 - \frac{1}{x}\right| = m$ ma dwa różne rozwiązania dodatnie wtedy i tylko wtedy, gdy:

- A. $m \in (0, 3) \cup (3, +\infty)$ B. $m \in (0, 3)$ C. $m \in (3, +\infty)$ D. $m \in (0, +\infty)$

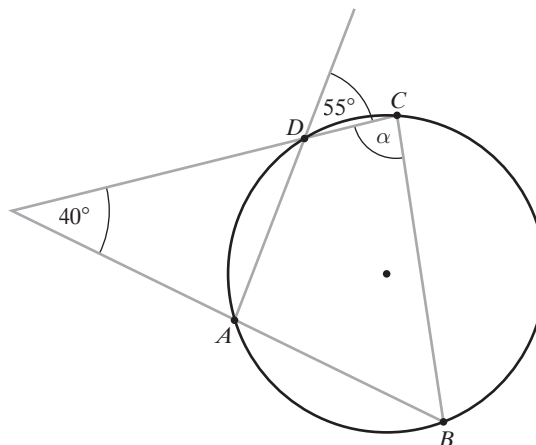
Zadanie 4. (0–1)

Funkcja $f(x) = \frac{x+3}{(x-2)^2}$:

- A. nie ma ekstremów lokalnych
B. ma dwa ekstrema lokalne w punktach $x_1 = -8$ i $x_2 = 2$
C. ma dwa ekstrema lokalne w punktach $x_1 = -2$ i $x_2 = 8$
D. ma jedno ekstremum lokalne w punkcie $x_1 = -8$

Zadanie 5. (0–1)

Czworokąt $ABCD$ przedstawiony na rysunku jest wpisany w okrąg. Miara kąta α jest równa:



- A. 85° B. 90° C. 75° D. 55°

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

A large rectangular area filled with a fine grid of squares, intended for rough work or calculations. The grid consists of 20 columns and 30 rows of squares.

Zadanie 6. (0–2)

--	--	--

A full-page sheet of white graph paper with a light gray grid. The grid consists of small squares, approximately 1 cm by 1 cm each. There are 20 columns and 20 rows of squares. The top-left corner of the page has rounded corners.

Zadanie 7. (0–3)

[illegible]

Odpowiedź:

Zadanie 8. (0–4)

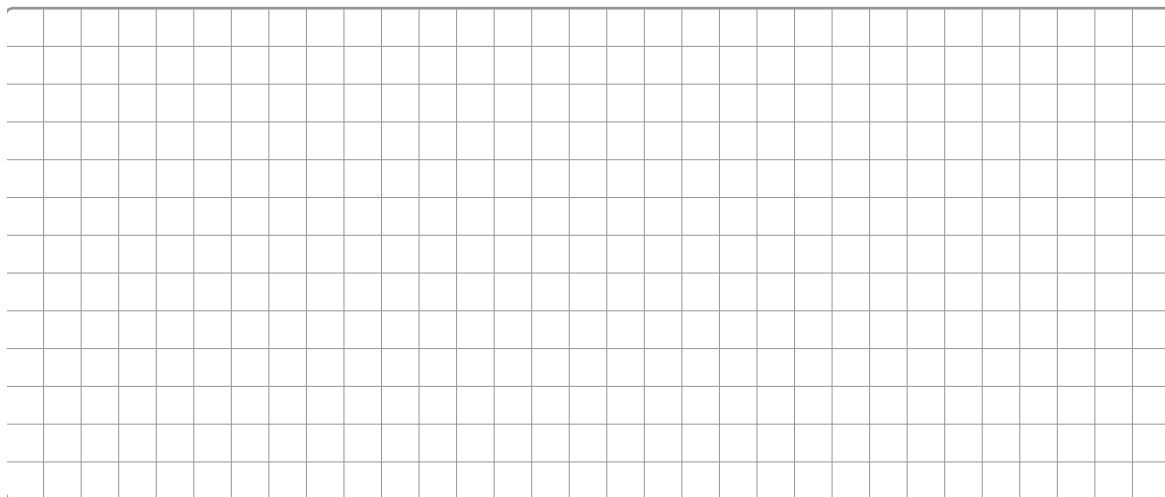
Rozwiąż równanie $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos x = \frac{3}{2}$ w przedziale $\langle 0; 2\pi \rangle$.



Odpowiedź:

Zadanie 9. (0–3)

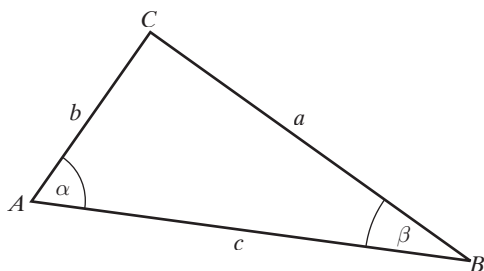
Trapez prostokątny jest opisany na okręgu o promieniu 5. Kąt ostry trapezu ma miarę 45° . Oblicz długości odcinków, na które punkt styczności okręgu podzielił ramię pochyłe trapezu.



Odpowiedź:

Zadanie 10. (0–3)

W trójkącie ABC : $|AB| = c$, $|AC| = b$, $|BC| = a$ oraz $|\angle BAC| = \alpha$ i $|\angle ABC| = \beta$ (zobacz rysunek).
Wykaż, że jeżeli $\alpha = 2\beta$, to $a^2 - b^2 = bc$.



Zadanie 11. (0–4)

Wielomian $W(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ jest podzielny przez trójmian $x^2 + x - 6$, a przy dzieleniu przez dwumian $x + 1$ daje resztę 6. Wyznacz wartości współczynników a , b i c .

Odpowiedź:

Zadanie 12. (0–3)

Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych dodatnich nie większych od 30 losujemy kolejno 2 razy po jednej liczbie bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że otrzymamy w ten sposób parę liczb, których iloczyn jest mniejszy od 30 pod warunkiem, że pierwsza wylosowana liczba jest mniejsza od drugiej wylosowanej liczby.

Odpowiedź:

Zadanie 13. (0–6)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których dwa różne rozwiązania x_1 i x_2 równania $(m+1)x^2 + 2\sqrt{2}x - m^2 + 2 = 0$ spełniają warunek $x_1^2 + x_2^2 \geq m - x_1x_2$.

Odpowiedź:

Zadanie 14. (0–5)

Liczbę 272 przedstaw w postaci sumy czterech całkowitych składników tworzących ciąg geometryczny i takich, że trzeci składnik jest o 48 większy od pierwszego.

A large rectangular grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares, intended for the student to write their solution.

Odpowiedź:

Zadanie 15. (0–5)

Napisz równania wszystkich prostych, które są jednocześnie styczne do paraboli o równaniu $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$ i do okręgu o równaniu $x^2 + (y + 6)^2 = 8$.



Odpowiedź:

Zadanie 16. (0–7)

W graniastosłupie prawidłowym trójkątnym suma długości trzech różnych krawędzi wychodzących z jednego wierzchołka wynosi S . Wyznacz objętość tego graniastosłupa jako funkcję długości jednej z jego krawędzi i podaj dziedzinę tej funkcji. Oblicz wymiary graniastosłupa, którego objętość jest największa. Oblicz tę objętość.



Odpowiedź:

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

