

Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy: 180 minut

**LISTOPAD
2019**

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 12 stron (zadania 1.–16.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–5.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W zadaniu kodowanym (6.) wpisz w tabelę wyniku trzy cyfry wymagane w poleceniu.
5. W rozwiązaniach zadań otwartych (7.–16.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
6. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Życzymy powodzenia!

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

--	--	--

**KOD
ZDAJĄCEGO**

Arkusz opracowany przez Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON.
Kopiowanie w całości lub we fragmentach bez zgody wydawcy zabronione.

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–5. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\sqrt{11-6\sqrt{2}}$ jest równa:

A. $\sqrt{2}-3$
C. $1-3\sqrt{2}$

B. $3-\sqrt{2}$
D. $3\sqrt{2}-1$

Zadanie 2. (0–1)

Dziedziną funkcji $f(x) = \log_{\frac{2x-3}{x+3}}(x^3 - x^2)$ jest:

A. $(-\infty, -3) \cup \left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$

B. $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$

C. $(1, 6) \cup (6, +\infty)$

D. $\left(\frac{3}{2}, 6\right) \cup (6, +\infty)$

Zadanie 3. (0–1)

Suma wszystkich współczynników wielomianu $W(x) = (7x^3 - 5x^2 - 2x + 8)^5$ stojących przy nieparzystych potęgach zmiennej x wynosi:

A. $2^4(2^{10} + 1)$

B. $2^4(2^{10} - 1)$

C. 2^{15}

D. -2^5

Zadanie 4. (0–1)

Ile maksymalnie rozwiązań może mieć równanie $||x| - 3| - 2 = m$, gdzie $m \in R$?

A. 2 rozwiązania

B. 4 rozwiązania

C. 8 rozwiązań

D. 16 rozwiązań

Zadanie 5. (0–1)

Dany jest trapez równoramienny, w który wpisano okrąg. Odcinek łączący środki ramion trapezu ma długość 7 cm. Obwód tego trapezu jest równy:

A. 14 cm

B. 21 cm

C. 28 cm

D. 35 cm

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)



Zadanie 6. (0-2)

Zakoduj cyfrę jedności i dwie kolejne cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--

A full-page sheet of white graph paper with a light gray grid. The grid consists of small squares, approximately 1 cm by 1 cm each. There are 20 columns and 20 rows of squares. The top-left corner of the page has rounded corners.

Zadanie 7: (6-5)
Wyznacz największą i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = \frac{x^2 + 8}{x + 1}$ w przedziale $\langle 0, 3 \rangle$.

A full-page sheet of white graph paper with a light gray grid. The grid consists of small squares, approximately 1 cm by 1 cm each. There are 20 columns and 20 rows of squares. The top-left corner of the page has rounded corners.

Odpowiedź:

Zadanie 8. (0–3)

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y zachodzi nierówność
 $2x^2 + 5y^2 + 10 > 6xy + 4y$.



Zadanie 9. (0–3)

Dany jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości a i b , w którym kąt między środkową a wysokością wychodzącymi z wierzchołka kąta prostego ma miarę α . Wykaż, że

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{|a^2 - b^2|}{2ab}.$$



Zadanie 10. (0–4)

Rozwiąż równanie $\cos 3x + \sin 7x = 0$ w przedziale $\langle 0, \pi \rangle$.



Odpowiedź:

Zadanie 11. (0–4)

W urnie umieszczono 4 kule białe i 8 kul czarnych. Losujemy jedną kulę. Jeżeli będzie biała, to wrzucamy ją z powrotem do urny i dorzucamy do niej jeszcze dwie białe kule. Jeżeli będzie czarna, to zatrzymujemy ją i dorzucamy dwie zielone kule do urny. Następnie losujemy z urny jednocześnie dwie kule. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że obie z wylosowanych za drugim razem kul są białe.



Odpowiedź:

Zadanie 12. (0–4)

Graniastół prawidłowy czworokątny o krawędzi podstawy a i dwa razy krótszej wysokości przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną podstawy i nachyloną do płaszczyzny podstawy pod kątem 60° . Zaznacz ten kąt na rysunku oraz oblicz pole otrzymanego przekroju, wynik przedstaw w najprostszej postaci.



Odpowiedź:

Zadanie 13. (0–6)

Wyznacz wartość parametru m , dla którego równanie $(m^2 + m - 3)x^2 + (2m - 1)x + 2 = 0$ ma dwa rozwiązania dodatnie takie, że jedno z nich jest dwa razy większe od drugiego.



Odpowiedź:

Zadanie 14. (0–4)

Wyznacz równanie okręgu opisanego na trójkącie, którego boki zawierają się w prostych o równaniach $x + 6y - 12 = 0$; $x + y - 7 = 0$ oraz $x - 4y + 18 = 0$.



Odpowiedź:

Zadanie 15. (0–5)

Rozwiąż nierówność $\frac{1}{x-3} + \frac{1}{(x-3)^2} + \frac{1}{(x-3)^3} + \dots \geq 2-x$, gdzie lewa strona nierówności jest szeregiem geometrycznym zbieżnym. Podaj odpowiednie założenia.



Odpowiedź:

Zadanie 16. (0–7)

Powierzchnia całkowita graniastoslupa prawidłowego sześciokątnego jest równa $S\sqrt{3}$. Wyznacz największą z możliwych objętość tego graniastoslupa, wynik zapisz w najprostszej postaci.



Odpowiedź:

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

A large rectangular grid of graph paper, consisting of 30 columns and 40 rows of small squares. The grid is intended for rough work (brudnopis) during the exam.