Kujawsko-Pomorskie Centrum Edukacji Nauczycieli
w Bydgoszczy
PLACÓWKA AKREDYTOWANA

KOD **PESEL**

We współpracy

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY
Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1-12). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego próbny egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie będziesz mógł dostać pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
8. Na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

Luty 2013

Czas pracy:
180 minut

Liczba punktów
do uzyskania: 50

Zadanie 1. (4 pkt)

Rozwiąż równanie: $2\cos^2 x - 2\cos^2 x \sin x = 1 - \sin x$, w przedziale $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$.

Zadanie 2. (4 pkt)

Dany jest czworokąt $ABCD$. Niech S będzie punktem przecięcia jego przekątnych. Udowodnij, że czworokąt $ABCD$ można wpisać w okrąg wtedy i tylko wtedy, gdy $\frac{|AS|}{|DS|} = \frac{|BS|}{|CS|}$.

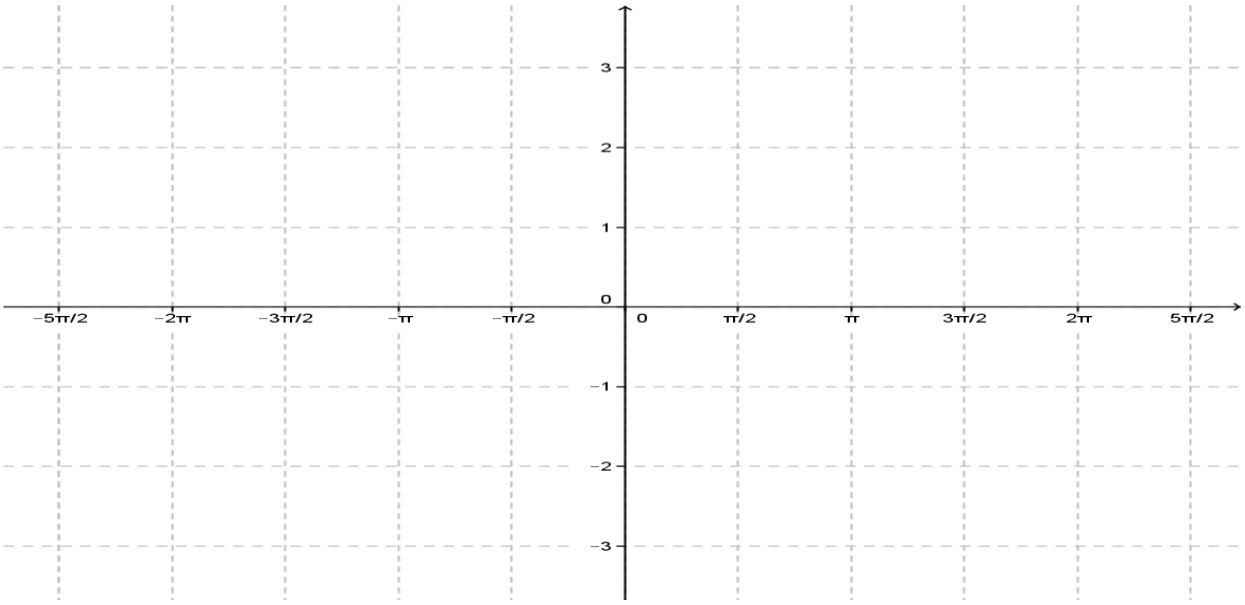
Zadanie 3. (4 pkt)

Dane są funkcje $f(x) = \frac{2x+b}{ax+1}$ oraz $g(x) = \frac{ax+c}{ax+1}$, o których wiadomo, że ich wykresy mają punkt wspólny $P\ (-9\ , \frac{11}{13})$, a miejscem zerowym funkcji g jest liczba:- $\frac{5}{3}$. Wyznacz wartości parametrów $a,\ b,\ c$.

Zadanie 4. (4 pkt)

Narysuj wykres funkcji $f(x) = \frac{\cos x + |sinx|}{cosx}$ dla $x \in \left(-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$.

Podaj zbiór rozwiązań nierówności $0 \leq f(x) < 2$.



Zadanie 5. (4 pkt)

Suma trzech liczb będących kolejnymi wyrazami rosnącego ciągu geometrycznego jest równa 52. Jeżeli do pierwszej liczby dodamy 2, do drugiej 12, a do trzeciej 6, to otrzymamy trzy kolejne wyrazy ciągu arytmetycznego. Wyznacz ten ciąg.

Zadanie 6. (5 pkt)

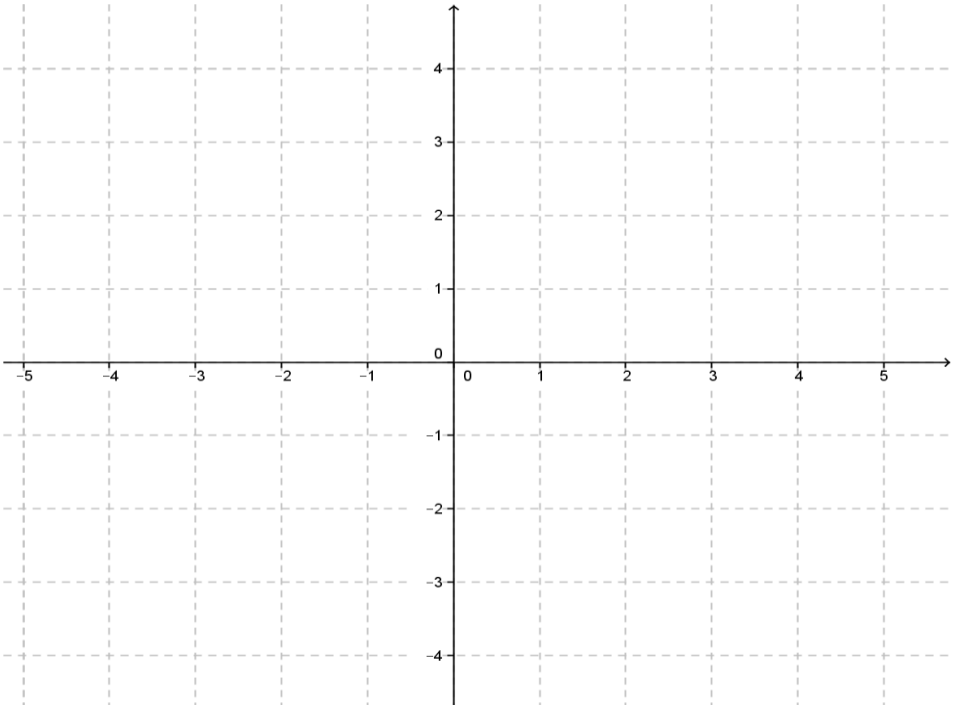
Podstawą ostrosłupa jest trójkąt, którego jeden z boków ma długość 6, a kąty do niego przyległe mają miary 45° i 105°. Wysokość ostrosłupa ma długość równą długości promienia okręgu opisanego na podstawie. Oblicz objętość ostrosłupa. Wynik podaj w postaci $a + b\sqrt{c}$, gdzie a, b, c są liczbami wymiernymi.

Zadanie 7. (4 pkt)

Dany jest wielomian $W(x)$ stopnia $n > 2$, którego suma wszystkich współczynników jest równa 4, a suma współczynników przy potęgach o wykładnikach nieparzystych jest równa sumie współczynników przy potęgach o wykładnikach parzystych. Wykaż, że reszta $R(x)$ z dzielenia tego wielomianu przez wielomian $P(x) = (x+1)(x-1)$ jest równa $R(x) = 2x + 2$.

Zadanie 8. (5 pkt)

Narysuj wykres funkcji $f(x) = log_2(-x^3 - 5x^2 - 3x + 9) - log_2\left(-\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{3}{2}\right)$.



Zadanie 9. (4 pkt)

Ze zbioru liczb $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ wybieramy losowo jednocześnie cztery liczby. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że najmniejszą wylosowaną liczbą będzie 3 lub największą wylosowaną liczbą będzie 7.

Zadanie 10. (5 pkt)

Punkty $B = (5,6)$ i $C = (0,6)$ są wierzchołkami trapezu równoramiennego $ABCD$, którego podstawy AB i CD są prostopadłe do prostej k o równaniu $y = -\frac{1}{2}x + 1$. Oblicz współrzędne pozostałych wierzchołków trapezu, wiedząc, że punkt D należy do prostej k.

Zadanie 11. (3 pkt)

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych $a, b, c \in R$ zachodzi nierówność
$a^2 + 4b^2 + 3c^2 + 13 \geq 2a + 12b + 6c$.

Zadanie 12. (4 pkt)

W trapezie opisanym na okręgu boki nierównoległe mają długości 3 i 5, zaś odcinek łączący środki tych boków dzieli trapez na dwie części, których pola są w stosunku $5:11$. Oblicz długości podstaw trapezu.

Brudnopis

Brudnopis

PESEL

WYPEŁNIA SPRAWDZAJĄCY

	Punkty					
	0	1	2	3	4	5
1	☐	☐	☐	☐	☐	
2	☐	☐	☐	☐	☐	
3	☐	☐	☐	☐	☐	
4	☐	☐	☐	☐	☐	
5	☐	☐	☐	☐	☐	
6	☐	☐	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐	☐	
8	☐	☐	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐	☐	
10	☐	☐	☐	☐	☐	☐
11	☐	☐	☐	☐		
12	☐	☐	☐	☐	☐	

SUMA PUNKTÓW