

Miejsce  
na naklejkę  
z kodem szkoły

dysleksja



MMA-R1\_1P-072

# EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

## POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy 180 minut

MAJ  
ROK 2007

### Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 15 stron (zadania 1 – 11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
9. Wypełnij tę część karty odpowiedzi, którą koduje zdający. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
10. Na karcie odpowiedzi wpisz swoją datę urodzenia i PESEL. Zamaluj ■ pola odpowiadające cyfrom numeru PESEL. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ⊗ i zaznacz właściwe.



Za rozwiązanie  
wszystkich zadań  
można otrzymać  
łącznie  
**50 punktów**

*Życzymy powodzenia!*

Wypełnia zdający  
przed rozpoczęciem pracy

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

PESEL ZDAJĄCEGO

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  |  |  |
|--|--|--|--|

KOD  
ZDAJĄCEGO

### Zadanie 1. (5 pkt)

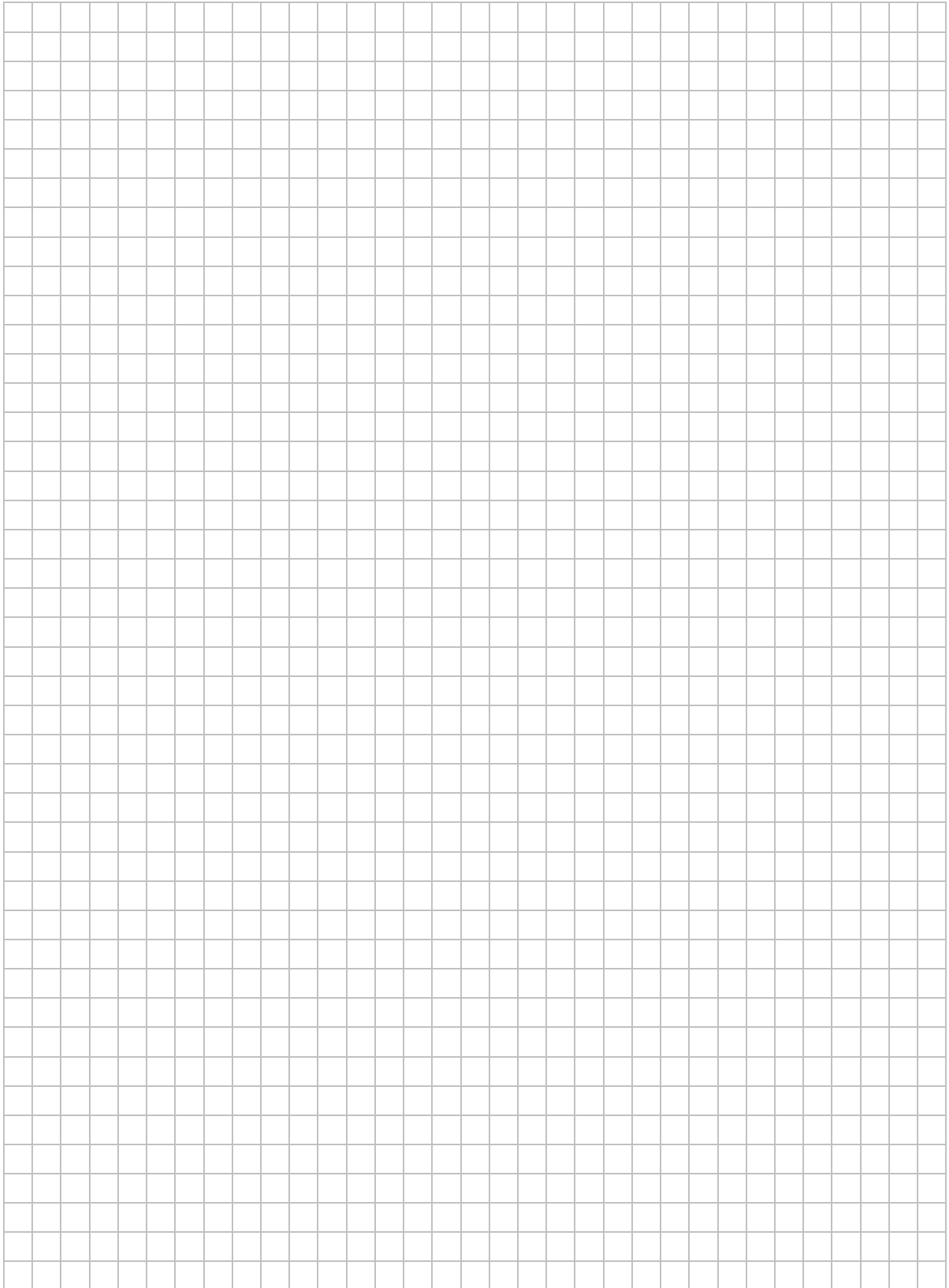
Dana jest funkcja  $f(x) = |x-1| - |x+2|$  dla  $x \in \mathbb{R}$ .

- Wyznacz zbiór wartości funkcji  $f$  dla  $x \in (-\infty, -2)$ .
- Naszkicuj wykres tej funkcji.
- Podaj jej miejsca zerowe.
- Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których równanie  $f(x) = m$  nie ma rozwiązania.

|                          |                     |      |      |      |      |      |
|--------------------------|---------------------|------|------|------|------|------|
| Wypełnia<br>egzaminator! | Nr czynności        | 1.1. | 1.2. | 1.3. | 1.4. | 1.5. |
|                          | Maks. liczba pkt    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    |
|                          | Uzyskana liczba pkt |      |      |      |      |      |

**Zadanie 2. (5 pkt)**

Rozwiąż nierówność:  $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 1) + \log_{\frac{1}{3}}(5 - x) > \log_{\frac{1}{3}}(3(x + 1))$ .



|                          |                     |      |      |      |      |      |
|--------------------------|---------------------|------|------|------|------|------|
| Wypełnia<br>egzaminator! | Nr czynności        | 2.1. | 2.2. | 2.3. | 2.4. | 2.5. |
|                          | Maks. liczba pkt    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    |
|                          | Uzyskana liczba pkt |      |      |      |      |      |

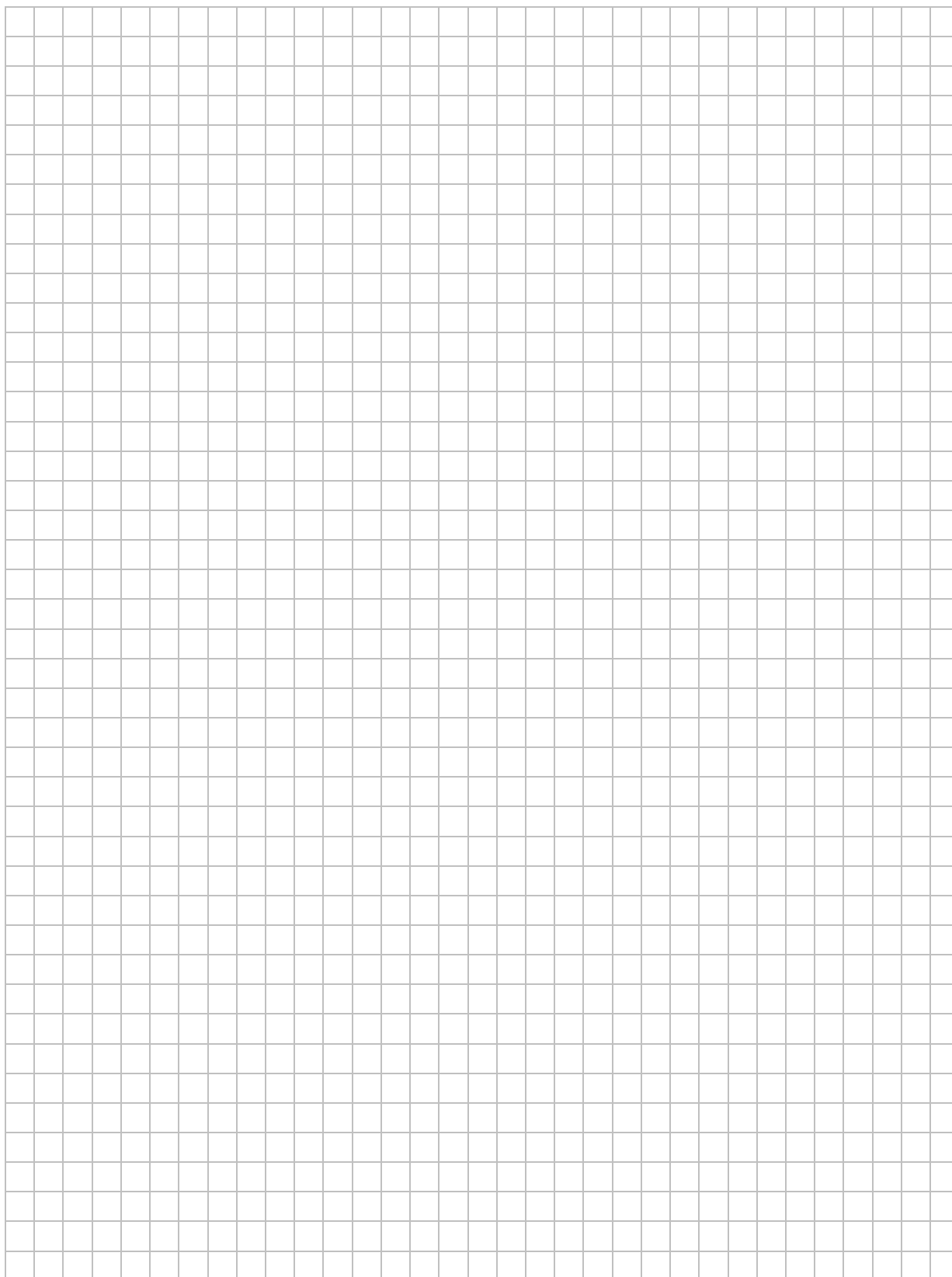
### Zadanie 3. (5 pkt)

Kapsuła ładownika ma kształt stożka zakończonego w podstawie półkulą o tym samym promieniu co promień podstawy stożka. Wysokość stożka jest o 1 m większa niż promień półkuli. Objętość stożka stanowi  $\frac{2}{3}$  objętości całej kapsuły. Oblicz objętość kapsuły ładownika.

|                          |                     |      |      |      |      |      |
|--------------------------|---------------------|------|------|------|------|------|
| Wypełnia<br>egzaminator! | Nr czynności        | 3.1. | 3.2. | 3.3. | 3.4. | 3.5. |
|                          | Maks. liczba pkt    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    |
|                          | Uzyskana liczba pkt |      |      |      |      |      |

**Zadanie 4. (3 pkt)**

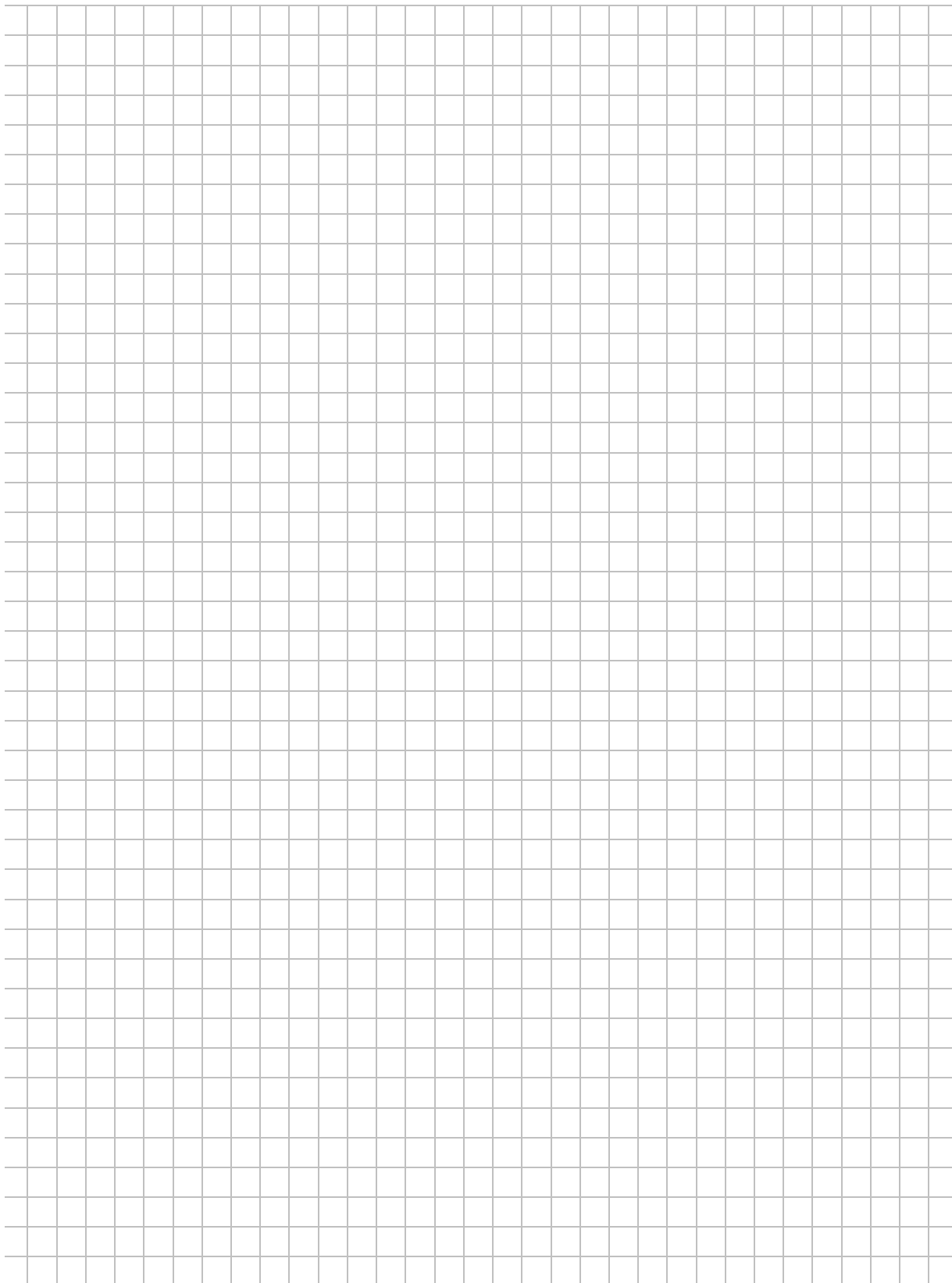
Dany jest trójkąt o bokach długości  $1$ ,  $\frac{3}{2}$ ,  $2$ . Oblicz cosinus i sinus kąta leżącego naprzeciw najkrótszego boku tego trójkąta.



|                          |                     |      |      |      |
|--------------------------|---------------------|------|------|------|
| Wypełnia<br>egzaminator! | Nr czynności        | 4.1. | 4.2. | 4.3. |
|                          | Maks. liczba pkt    | 1    | 1    | 1    |
|                          | Uzyskana liczba pkt |      |      |      |

### Zadanie 5. (7 pkt)

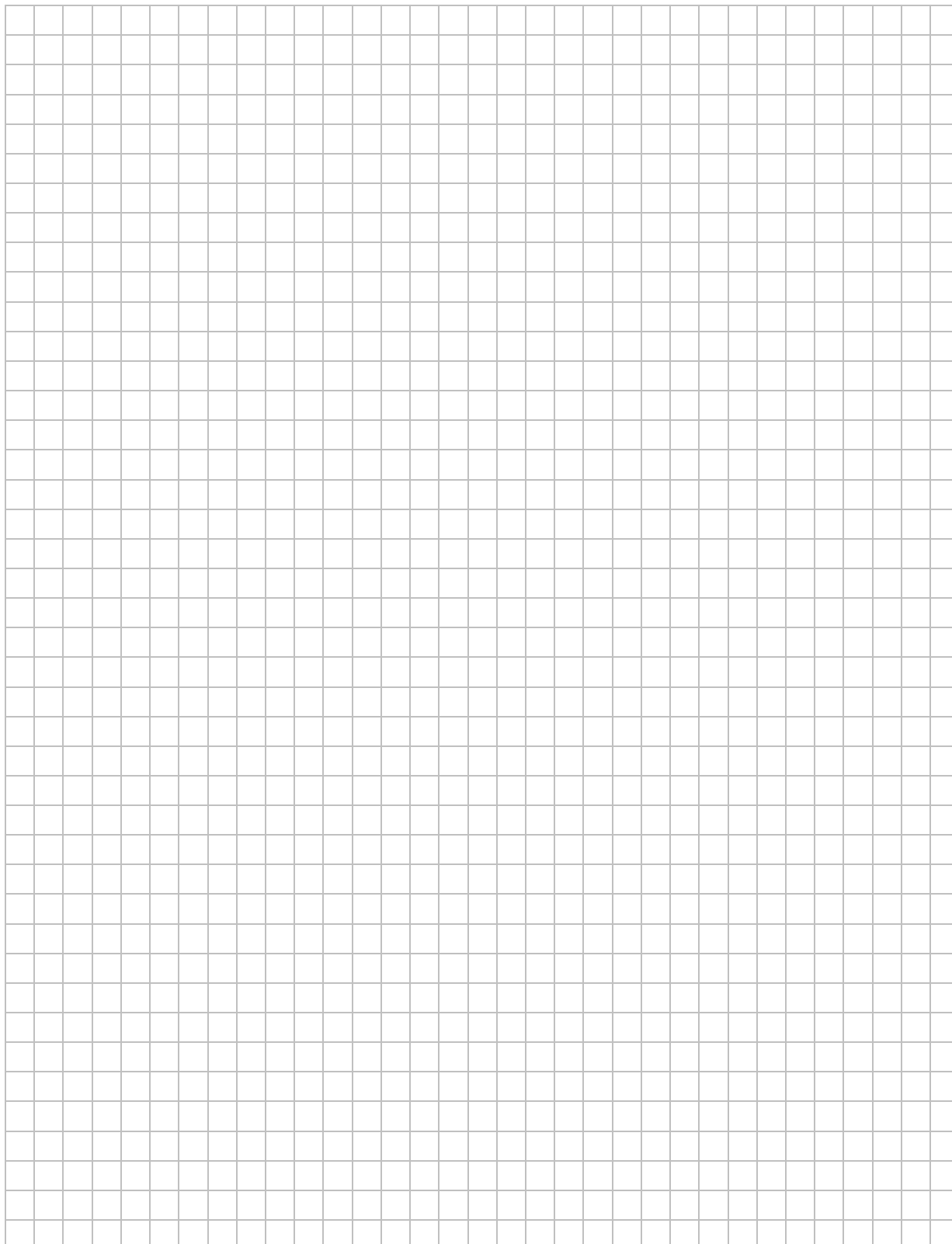
Wierzchołki trójkąta równobocznego  $ABC$  są punktami paraboli  $y = -x^2 + 6x$ . Punkt  $C$  jest jej wierzchołkiem, a bok  $AB$  jest równoległy do osi  $Ox$ . Sporządź rysunek w układzie współrzędnych i wyznacz współrzędne wierzchołków tego trójkąta.



|                          |                     |      |      |      |      |      |      |      |
|--------------------------|---------------------|------|------|------|------|------|------|------|
| Wypełnia<br>egzaminator! | Nr czynności        | 5.1. | 5.2. | 5.3. | 5.4. | 5.5. | 5.6. | 5.7. |
|                          | Maks. liczba pkt    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    |
|                          | Uzyskana liczba pkt |      |      |      |      |      |      |      |

**Zadanie 6. (4 pkt)**

Niech  $A, B$  będą zdarzeniami o prawdopodobieństwach  $P(A)$  i  $P(B)$ . Wykaż, że jeżeli  $P(A) = 0,85$  i  $P(B) = 0,75$ , to prawdopodobieństwo warunkowe spełnia nierówność  $P(A|B) \geq 0,8$ .

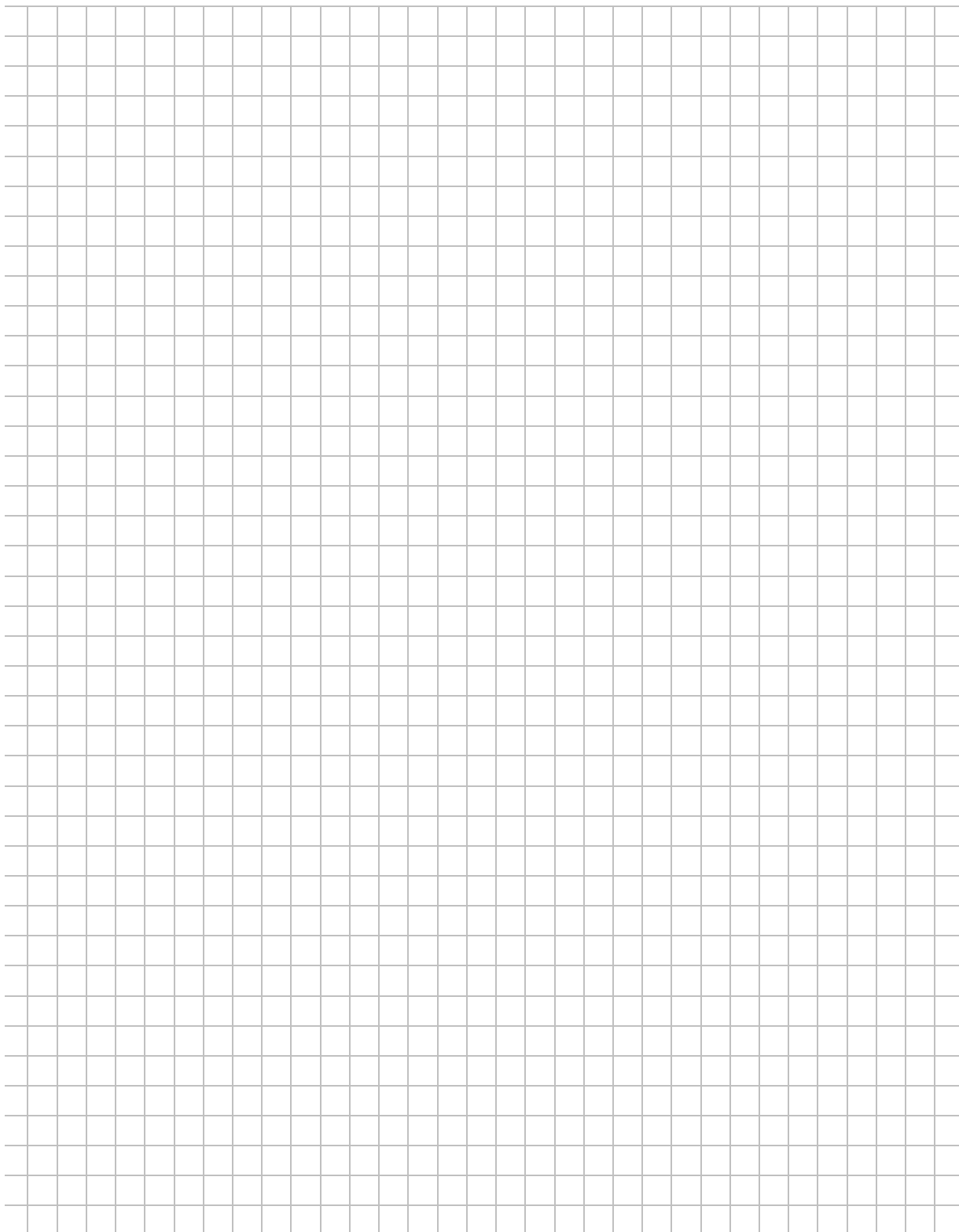


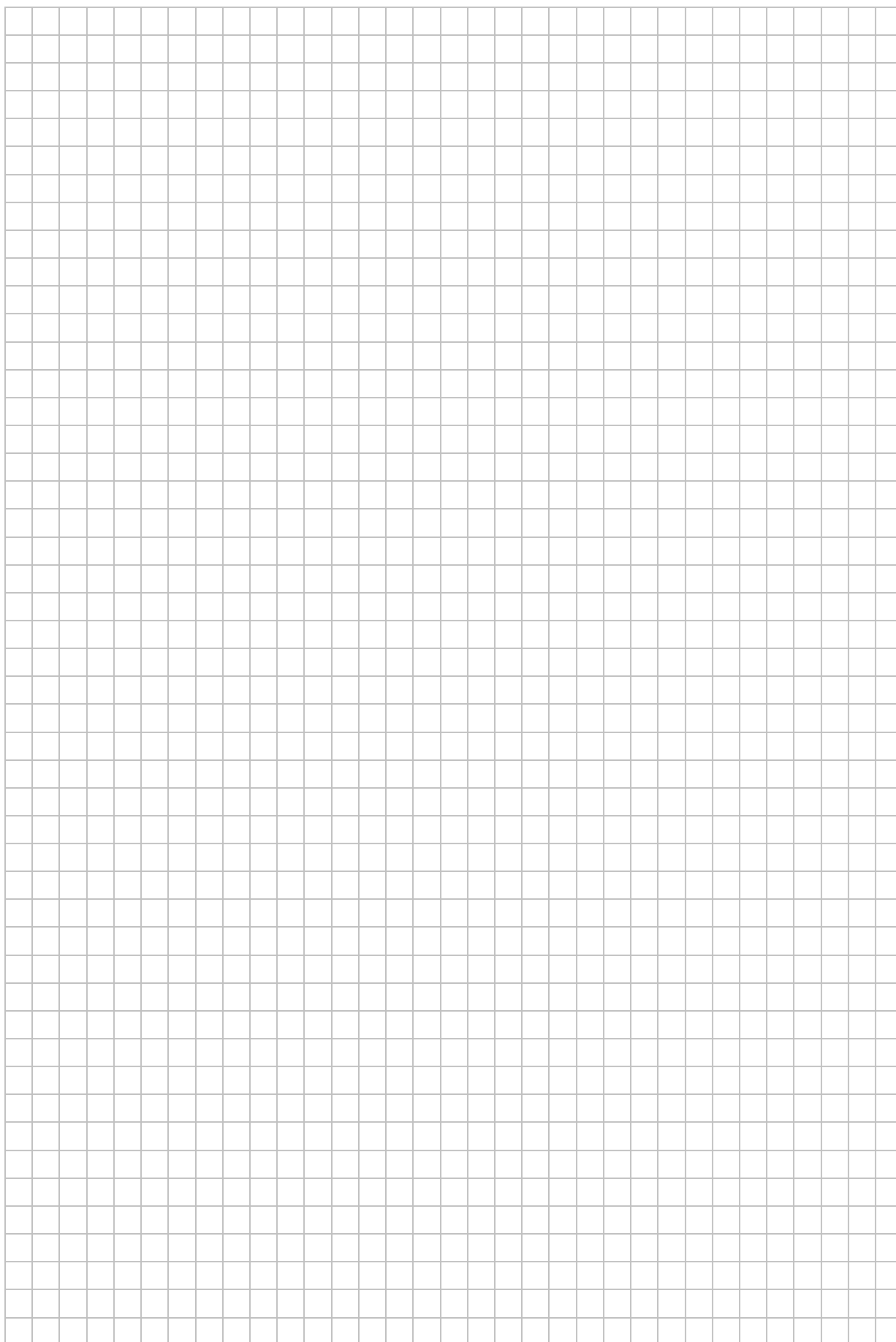
|                          |                     |      |      |      |      |
|--------------------------|---------------------|------|------|------|------|
| Wypełnia<br>egzaminator! | Nr czynności        | 6.1. | 6.2. | 6.3. | 6.4. |
|                          | Maks. liczba pkt    | 1    | 1    | 1    | 1    |
|                          | Uzyskana liczba pkt |      |      |      |      |

**Zadanie 7. (7 pkt)**

Dany jest układ równań: 
$$\begin{cases} mx - y = 2 \\ x + my = m \end{cases}.$$

Dla każdej wartości parametru  $m$  wyznacz parę liczb  $(x, y)$ , która jest rozwiązaniem tego układu równań. Wyznacz najmniejszą wartość sumy  $x + y$  dla  $m \in \langle 2, 4 \rangle$ .



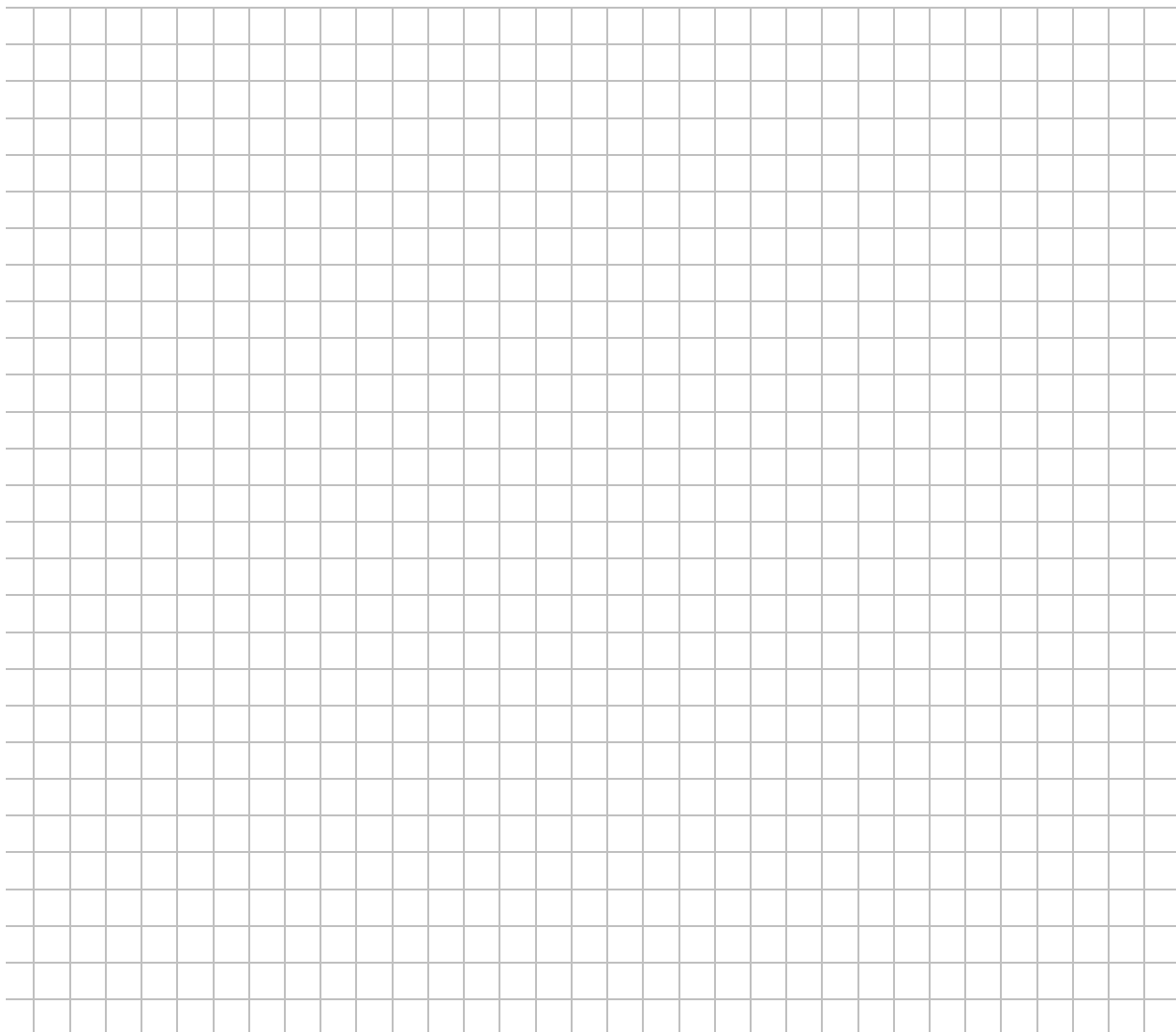
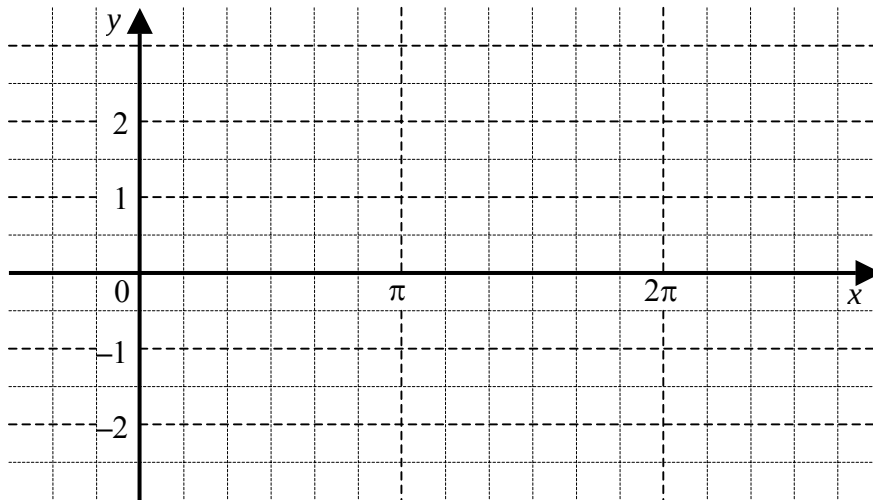


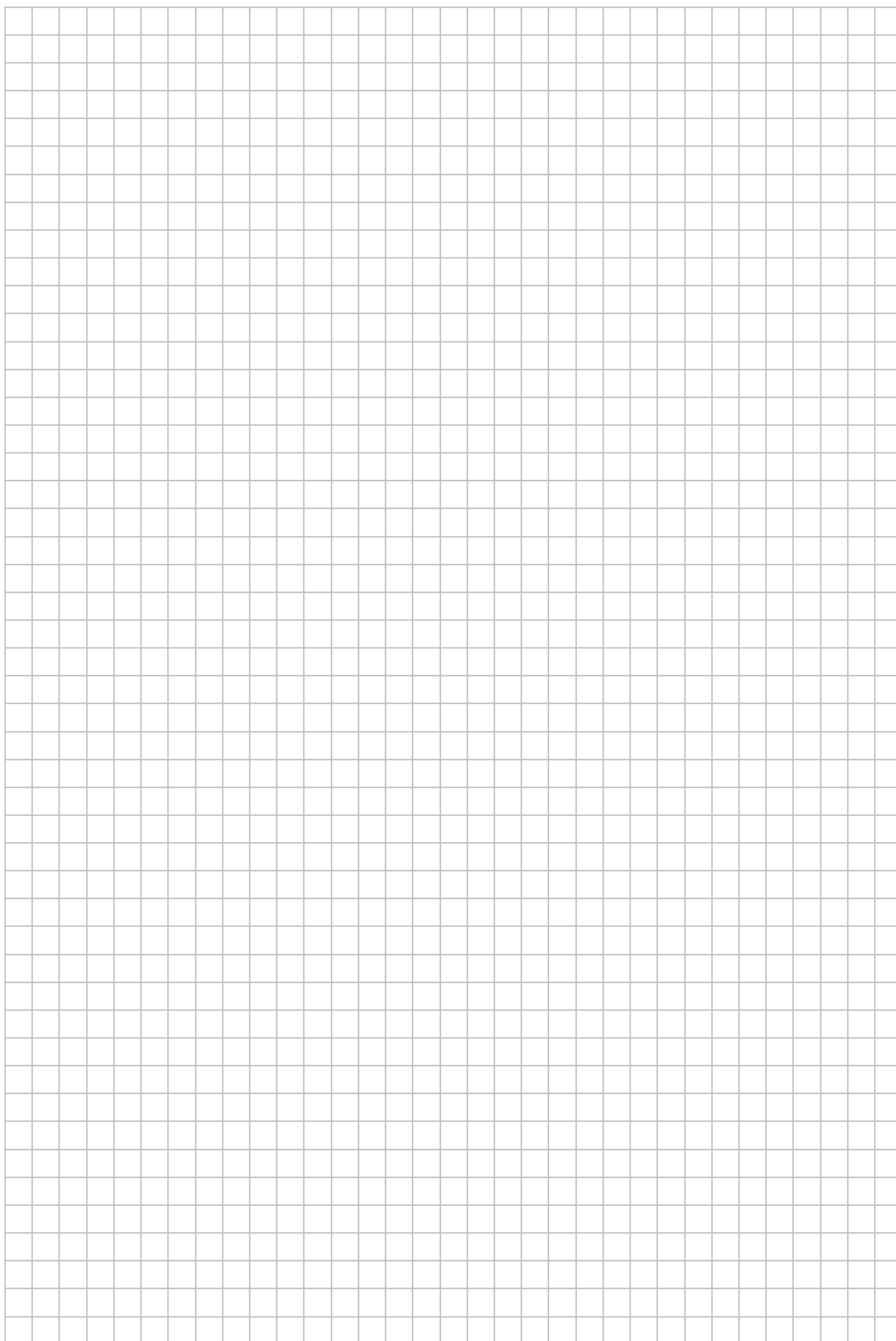
|                          |                     |      |      |      |      |      |      |      |
|--------------------------|---------------------|------|------|------|------|------|------|------|
| Wypełnia<br>egzaminator! | Nr czynności        | 7.1. | 7.2. | 7.3. | 7.4. | 7.5. | 7.6. | 7.7. |
|                          | Maks. liczba pkt    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    |
|                          | Uzyskana liczba pkt |      |      |      |      |      |      |      |

**Zadanie 8. (3 pkt)**

Dana jest funkcja  $f$  określona wzorem  $f(x) = \frac{\sin^2 x - |\sin x|}{\sin x}$  dla  $x \in (0, \pi) \cup (\pi, 2\pi)$ .

- Naszkicuj wykres funkcji  $f$ .
- Wyznacz miejsca zerowe funkcji  $f$ .





|                          |                     |      |      |      |
|--------------------------|---------------------|------|------|------|
| Wypełnia<br>egzaminator! | Nr czynności        | 8.1. | 8.2. | 8.3. |
|                          | Maks. liczba pkt    | 1    | 1    | 1    |
|                          | Uzyskana liczba pkt |      |      |      |

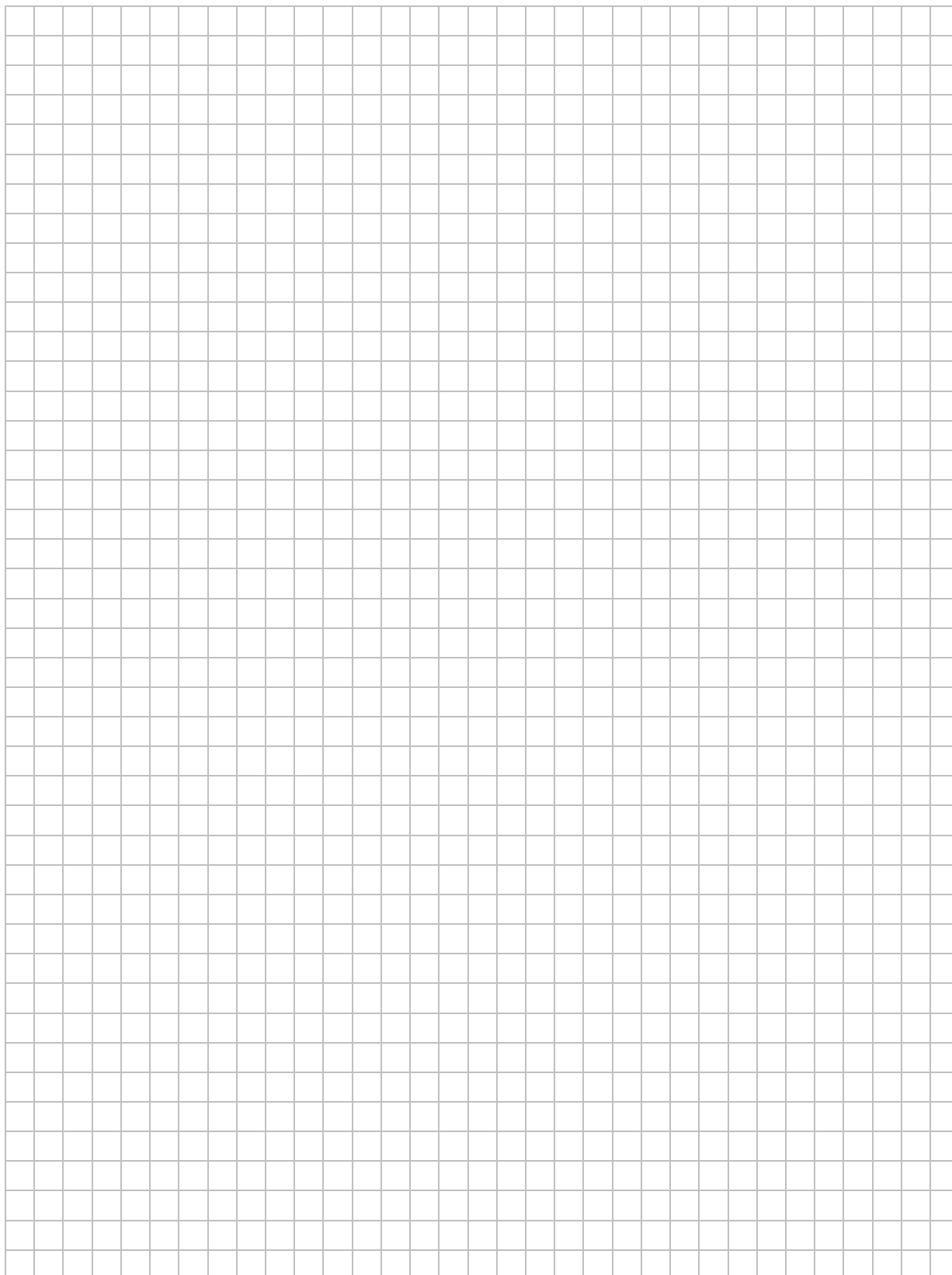
### Zadanie 9. (3 pkt)

Przedstaw wielomian  $W(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x - 1$  w postaci iloczynu dwóch wielomianów stopnia drugiego o współczynnikach całkowitych i takich, że współczynniki przy drugich potęgach są równe jeden.

|                                  |                     |             |             |             |
|----------------------------------|---------------------|-------------|-------------|-------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator!</b> | Nr czynności        | <b>9.1.</b> | <b>9.2.</b> | <b>9.3.</b> |
|                                  | Maks. liczba pkt    | <b>1</b>    | <b>1</b>    | <b>1</b>    |
|                                  | Uzyskana liczba pkt |             |             |             |

**Zadanie 10. (4 pkt)**

Na kole opisany jest romb. Stosunek pola koła do pola rombu wynosi  $\frac{\pi\sqrt{3}}{8}$ . Wyznacz miarę kąta ostrego rombu.



|                          |                     |       |       |       |       |
|--------------------------|---------------------|-------|-------|-------|-------|
| Wypełnia<br>egzaminator! | Nr czynności        | 10.1. | 10.2. | 10.3. | 10.4. |
|                          | Maks. liczba pkt    | 1     | 1     | 1     | 1     |
|                          | Uzyskana liczba pkt |       |       |       |       |

**Zadanie 11. (4 pkt)**

Suma  $n$  początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego  $(a_n)$  wyraża się wzorem  $S_n = 2n^2 + n$  dla  $n \geq 1$ .

a) Oblicz sumę 50 początkowych wyrazów tego ciągu o numerach parzystych:

$$a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{100}.$$

b) Oblicz  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{3n^2 - 2}$ .

|                          |                     |       |       |       |       |
|--------------------------|---------------------|-------|-------|-------|-------|
| Wypełnia<br>egzaminator! | Nr czynności        | 11.1. | 11.2. | 11.3. | 11.4. |
|                          | Maks. liczba pkt    | 1     | 1     | 1     | 1     |
|                          | Uzyskana liczba pkt |       |       |       |       |

## **BRUDNOPIS**