CENTRALNA
KOMISJA
EGZAMINACYJNA

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD | **PESEL**

Miejsce na naklejkę.
Sprawdź, czy kod na naklejce to **E-100**.
Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Egzamin maturalny *Formuła 2015*

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Symbol arkusza
EMAP-R0-100-2605

DATA: **11 maja 2026 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

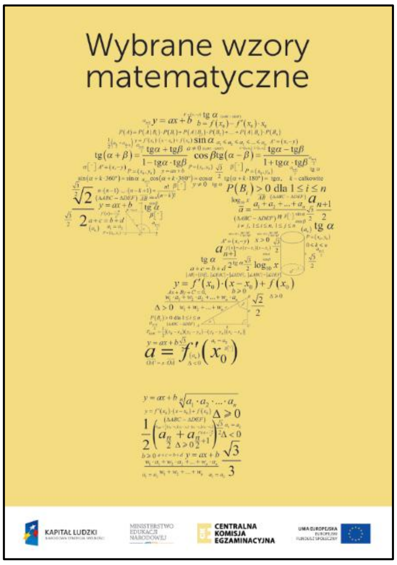
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 33 strony (zadania 1–15). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ■ i zaznacz właściwe.
4. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
7. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
8. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
10. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
11. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, z cyrkla i linijki oraz z kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.



Zadania egzaminacyjne są wydrukowane na następnych stronach.

W każdym z zadań od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = x^2 + 4$. W układzie współrzędnych (x, y) styczna do wykresu tej funkcji w punkcie $(2, 8)$ przecina oś Ox w punkcie

A. $(-1, 0)$ **B.** $(0, 0)$ **C.** $(1, 0)$ **D.** $(2, 0)$

Zadanie 2. (0–1)

Ciąg geometryczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Iloraz tego ciągu jest równy $\frac{2}{3}$, a suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa $\frac{9}{4}$.

Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy

A. $\frac{3}{4}$ **B.** $\frac{4}{3}$ **C.** $\frac{3}{2}$ **D.** $\frac{27}{4}$

Zadanie 3. (0–1)

Najmniejszą liczbą naturalną n spełniającą nierówność

$$\left|\frac{2n-5}{3n+2} - \frac{2}{3}\right| < \frac{1}{20}$$

jest

A. 41 **B.** 42 **C.** 82 **D.** 84

Zadanie 4. (0–1)

Liczby x oraz y są takimi dodatnimi liczbami rzeczywistymi, że $x \cdot y \neq 1$ i $y \neq 1$ oraz $\log_{x \cdot y} x = 2026$.

Liczba $\log_y(x \cdot y)$ jest równa

A. $\left(-\frac{1}{2025}\right)$ **B.** (-2025) **C.** $\frac{1}{2025}$ **D.** 2025

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 5. (0–2)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem rekurencyjnym

$$\begin{cases} a_1 = \sqrt{2} \\ a_{n+1} = \dfrac{4}{a_n} \end{cases} \quad \text{dla każdej liczby naturalnej } n \geq 1.$$

Oblicz dziesiąty wyraz tego ciągu.

W poniższe kratki wpisz kolejno – od lewej do prawej – pierwszą, drugą oraz trzecią cyfrę po przecinku nieskończonego rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 6. (0–3)

Ze zbioru ośmiu liczb $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ losujemy bez zwracania osiem razy po jednej liczbie. Wylosowane liczby ustawiamy w ciąg zgodnie z kolejnością losowania.
Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że wylosowane liczby utworzą ciąg, w którym iloczyn każdych trzech kolejnych wyrazów będzie liczbą podzielną przez 3. Wynik podaj w postaci nieskracalnego ułamka zwykłego.

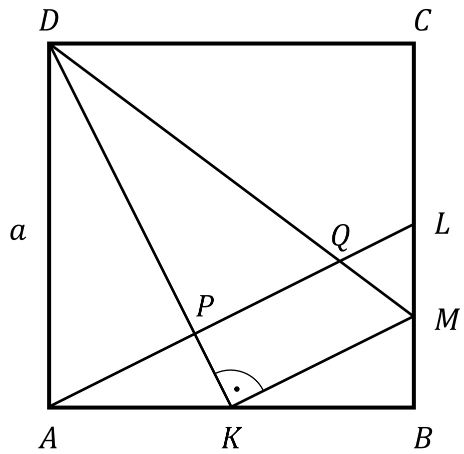
Zadanie 7. (0–3)

Wykaż, że dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej x i dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej y prawdziwa jest nierówność

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\leq\frac{x}{y^2}+\frac{y}{x^2}$$

Zadanie 8. (0–3)

Punkty K i L są środkami – odpowiednio – boków AB i BC kwadratu $ABCD$ o boku długości a. Punkt M jest takim punktem na boku BC, że odcinki DK i KM są prostopadłe. Odcinek AL przecina odcinki DK oraz DM w punktach – odpowiednio – P oraz Q (zobacz rysunek).



Wykaż, że $|PQ| = \frac{\sqrt{5}}{5}a$.

Zadanie 9. (0–4)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) o skończonej liczbie wyrazów. Liczba wyrazów tego ciągu jest większa od 6. Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy 1, a ostatni wyraz tego ciągu jest równy (-2025). Drugi, trzeci i szósty wyraz tego ciągu tworzą – w podanej kolejności – ciąg geometryczny.
Oblicz sumę wszystkich wyrazów ciągu (a_n).

Zadanie 10. (0–4)

Rozwiąż równanie

$$\sin(6x) - 2\sin(2x) = 0$$

Zadanie 11. (0–4)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym $ABCS$ podstawa ABC jest trójkątem równobocznym. Długość okręgu opisanego na podstawie ABC jest równa $6\sqrt{2}\pi$, a cosinus kąta między krawędziami bocznymi SB i SC jest równy $\frac{5}{9}$.

Oblicz długość krawędzi podstawy ABC oraz cosinus kąta między ścianami bocznymi SAC i SBC tego ostrosłupa.

Zadanie 12. (0–5)

W układzie współrzędnych (x, y) punkty $A = (1, -1)$ oraz $B = (4, 0)$ są wierzchołkami trójkąta ABC, w którym $|CA| = |CB|$. Jedno z ramion trójkąta ABC zawiera się w prostej o równaniu $x + 2y - 4 = 0$. Na boku AC tego trójkąta obrano taki punkt M, że $|AM| : |MC| = 1 : 4$.

Wyznacz równanie okręgu, który ma środek w punkcie M i przechodzi przez punkt C.

Zadanie 13. (0–5)

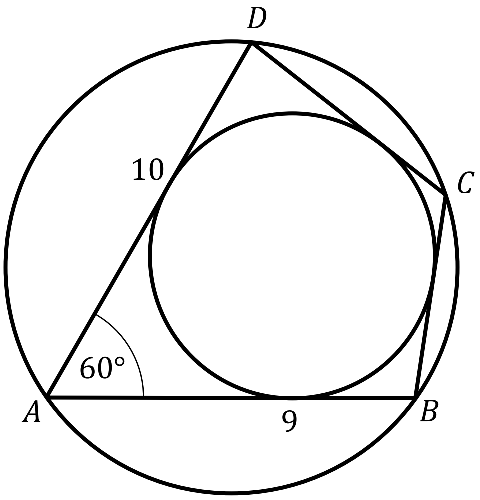
Wyznacz wszystkie rzeczywiste wartości parametru m, gdzie $m \neq 0$, dla których funkcja kwadratowa f określona wzorem

$$f(x) = m^2 \cdot x^2 - 2mx - m + 1$$

ma dwa różne miejsca zerowe x_1 oraz x_2 należące do przedziału $(-2, 2)$.

Zadanie 14. (0–6)

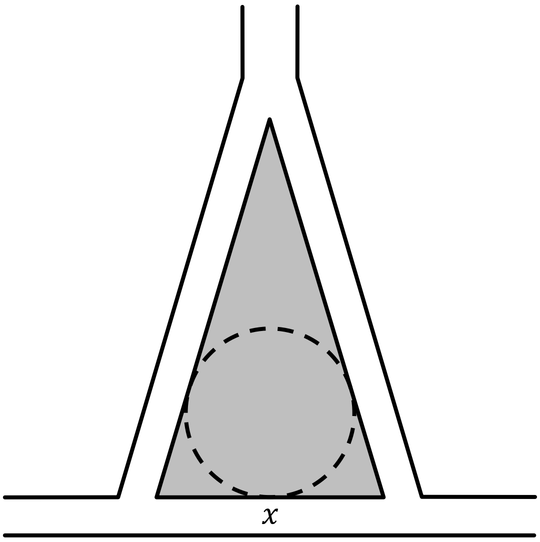
W czworokącie $ABCD$ są dane: $|AB| = 9$, $|AD| = 10$ oraz $|\sphericalangle BAD| = 60°$. W ten czworokąt wpisano okrąg oraz na tym czworokącie opisano okrąg (zobacz rysunek).



Oblicz długości boków BC i CD <u>oraz</u> pole czworokąta $ABCD$.

Zadanie 15. (0–7)

W projekcie ogrodu zaplanowano kwietnik w kształcie trójkąta równoramiennego o podstawie długości x metrów nieprzekraczającej 10 metrów. Na tym kwietniku ma znajdować się fontanna w kształcie koła o średnicy 4 metrów, które ma być styczne do każdego z boków trójkątnego kwietnika (zobacz rysunek). Projektantowi zależy, aby przy tak ustalonej wielkości fontanny pole tego kwietnika było najmniejsze.



a) Wykaż, że pole P (wyrażone w metrach kwadratowych) trójkątnego kwietnika o podstawie długości x metrów jest określone wzorem

$$P(x) = \frac{2x^3}{x^2 - 16}$$

b) Pole P trójkątnego kwietnika o podstawie długości x metrów jest określone wzorem

$$P(x) = \frac{2x^3}{x^2 - 16}$$

dla każdego $x \in (4, 10\rangle$.
Wyznacz długość x podstawy trójkątnego kwietnika, dla której pole tego kwietnika jest najmniejsze. Oblicz to najmniejsze pole.

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)