Matura próbna 2025

test diagnostyczny przed sesją *maj 2025*

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD | **PESEL**

Miejsce na naklejkę.
Sprawdź, czy kod na naklejce to **M-100**.
Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Egzamin maturalny ***Formuła 2023***

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Symbol arkusza
MMAP-R0-**100**-2503

DATA: **6 marca 2025 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.

Układ graficzny
© CKE 2022

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 29 stron (zadania 1–13). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Nie wpisuj żadnych znaków w tabelkach przeznaczonych dla egzaminatora. Tabelki umieszczone są na marginesie przy każdym zadaniu.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.

Zadania egzaminacyjne są wydrukowane na następnych stronach.

Zadanie 1. (0–2)

Oblicz środkowy wyraz rozwinięcia $\left(x-\frac{2}{3}\right)^{16}$**.**

Wynik przedstaw w postaci $a \cdot x^n$**, gdzie** $a \in \mathbb{R}$ **oraz** $n \in \mathbb{N}$**. Zapisz obliczenia.**

Zadanie 2. (0–2)

Dana jest dodatnia liczba a i dodatnia liczba b:

$$a = 36^{\log_4 2\sqrt{5} \cdot \log_6 16 - 2\log_6 2}$$

$$b = 8\log_4 2\sqrt{2} - \log_4 9 \cdot \log_3 4$$

Oblicz, ile razy liczba $\sqrt{a \cdot b}$ jest większa od liczby $\sqrt{\frac{a}{b}}$. Zapisz obliczenia.

2.

0–1–2

Zadanie 3. (0–2)

Oblicz granicę

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{12^n + 13^n + 14^n}$$

Zapisz obliczenia.

Zadanie 4. (0–3)

Wśród pewnej społeczności kobiet i mężczyzn przeprowadzono ankietę w której zadano pytanie: „Czy jest Pan/Pani za legalizacją marihuany w Polsce?”. W tej grupie osób 60% ankietowanych stanowią mężczyźni, z których 2% opowiedziało się za legalizacją oraz 93% kobiet jest jej przeciwna. Spośród wszystkich ankietowanych wybrano losowo jedną osobę oraz okazało się, że osoba ta jest zwolennikiem legalizacji marihuany.

Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosowana osoba jest mężczyzną.
Wynik zapisz w postaci procentu. Zapisz obliczenia.

4.
0–1–2–3

Zadanie 5. (0–3)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = x^8 - 5x^6 + 4x^3 - 2x + 4$ dla każdego $x \in \mathbb{R}$.

Wykaż, że funkcja f ma w zbiorze liczb rzeczywistych co najmniej dwa miejsca zerowe przeciwnych znaków.

Zadanie 6. (0–3)

Funkcja $f(x) = \sqrt{9x + 16}$ jest określona dla każdej liczby rzeczywistej $x \in \left[-\frac{16}{9}; +\infty\right)$.

Punkt $P = (x_0, 5)$ należy do wykresu funkcji f.

Oblicz x_0 oraz wyznacz równanie stycznej do wykresu funkcji f w punkcie P.

Zapisz obliczenia.

6.
0–1–2–3

Zadanie 7. (0–4)

Rozwiąż nierówność

$$2x^2 + 6x + 18 + \ldots > 9$$

gdzie lewa strona nierówności jest sumą zbieżnego, nieskończonego ciągu geometrycznego. Zapisz obliczenia.

Zadanie 8. (0–4)

Rozważamy wszystkie liczby naturalne ośmiocyfrowe, w których zapisie dziesiętnym występuje dokładnie dwa razy cyfra 2 i dokładnie trzy razy cyfra 3.

Oblicz, ile jest wszystkich takich liczb. Zapisz obliczenia.

Zadanie 9. (0–4)

Dany jest trójkąt ABC o polu równym 8, w którym podstawa $|AB|$ ma długość 4.

Z wierzchołka C poprowadzono wysokość $|CD|$ na bok $|AB|$ trójkąta ABC.

Z kąta $|\sphericalangle CAB|$ poprowadzono odcinek, który przecina bok $|BC|$ w punkcie E takim, że punkt E leży na symetralnej odcinka $|AB|$ oraz $|BE| = \sqrt{13}$. Odcinek $|AE|$ przecina wysokość $|CD|$ w punkcie F i tworzy czworokąt $DBEF$ (zobacz rysunek).

Oblicz długość boku $|AC|$ tego trójkąta. Zapisz obliczenia.

Zadanie 10. (0–5)

Parabola $y = -x^2 + 4x + 2$ przecina okrąg o równaniu $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 10$ w punktach o współrzędnych (x, y). Punktem kratowym nazywamy taki punkt, który w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) ma obie współrzędne x i y będące liczbami całkowitymi.

Oblicz pole trójkąta ograniczonego punktami kratowymi przecięcia paraboli z okręgiem oraz początkiem kartezjańskiego układu współrzędnych. Zapisz obliczenia.

Zadanie 11. (0–6)

Rozwiąż równanie

$$\sin(2x) = \frac{2\,\mathrm{tg}\,x}{1 + \mathrm{tg}\,x}$$

w zbiorze $[-2\pi, 2\pi]$. Zapisz obliczenia.

Zadanie 12. (0–6)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie

$$(m+1)\cdot x^2+(m^2-1)\cdot x+m^2+3m+2=0$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1 , x_2 spełniające warunki:

$$x_1 \neq 0\,, \quad x_2 \neq 0 \quad \text{oraz} \quad \frac{1}{x_1^3}+\frac{1}{x_2^3} \geq -10$$

Zapisz obliczenia.

Zadanie 13.

Rozważamy wszystkie stożki o polu powierzchni bocznej $9\sqrt{3}\pi$, których promień podstawy ma długość nie większą niż $2\sqrt{3}$.

Zadanie 13.1. (0–2)

Wykaż, że objętość V każdego z takich stożków w zależności od długości r promienia podstawy jest określona wzorem

$$V(r) = \frac{\pi}{3} \cdot \sqrt{243r^2 - r^6}$$

Zadanie 13.2. (0–4)

Objętość V stożka w zależności od długości r promienia podstawy jest określona wzorem

$$V(r) = \frac{\pi}{3} \cdot \sqrt{243r^2 - r^6}$$

dla $r \in \left(0, 2\sqrt{3}\right]$.

Wyznacz długość r promienia podstawy tego z rozważanych stożków, którego objętość jest największa. Oblicz tę największą objętość. Zapisz obliczenia.

13.2.
0–1–2–3–4

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Formuła 2023

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Formuła 2023

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Formuła 2023