Miejsce na naklejkę z kodem szkoły

OKE

POZNAŃ

MATERIAŁ ĆWICZENIOWY Z MATEMATYKI

STYCZEŃ 2010

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy 180 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 18 stron (zadania 1 – 11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
4. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania może spowodować, że za to rozwiązanie możesz nie dostać pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
8. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za poprawne rozwiązanie.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**

Wypełnia zdający przed rozpoczęciem pracy

PESEL ZDAJĄCEGO

KOD ZDAJĄCEGO

Zadanie 1. (*5 pkt*)

Udowodnij, że suma sześcianów trzech kolejnych licz naturalnych jest podzielna przez 9.

Zadanie 2. (*4 pkt*)

Dla każdego $n \in N_+$ wyrazy ciągu (a_n) spełniają dwa warunki $a_n + a_{n+1} = \frac{-n^2+3n+17}{n^2+1}$ i $a_n - a_{n+1} = \frac{6n+19}{n^2+1}$. Oblicz, które wyrazy tego ciągu są dodatnie.

Odpowiedź: …….. .

Zadanie 3. (*6 pkt*)

Liczbę 255 przedstaw w postaci czterech całkowitych składników tworzących rosnący ciąg geometryczny wiedząc, że trzeci wyraz tego ciągu jest o 45 większy od wyrazu pierwszego.

Odpowiedź: …….. .

Zadanie 4. (*4 pkt)*

Różnymi pierwiastkami równania kwadratowego $(m-2)x^2-2x+1=0$ są liczby x_1 oraz x_2.

Narysuj wykres funkcji $f(m)=|x_1+x_2+x_1\cdot x_2|$.

Zadanie 5. (*4 pkt*)

Wykaż, że w trójkącie prostokątnym suma długości obu przyprostokątnych jest równa sumie długości średnic okręgu wpisanego i opisanego na tym trójkącie.

Zadanie 6. (*4 pkt*)

Podstawą graniastosłupa prostego jest romb, którego krótsza przekątna ma długość c, a kąt ostry miarę 2α. Pole przekroju wyznaczonego przez krawędź boczną graniastosłupa i dłuższą przekątną podstawy wynosi P. Oblicz długość dłuższej przekątnej graniastosłupa, wykonaj rysunek bryły i zaznacz w nim właściwy przekrój.

Zadanie 7. (*5 pkt*)

W czworokącie *ABCD* przekątne przecinają się w punkcie o współrzędnych $P=(-3,7)$ w taki sposób, że $|PC|:|AP|=|PD|:|BP|=1:3$. Wiedząc, że $\vec{AC}=[4,6]$ i $\vec{BD}=[-10,-2]$, oblicz współrzędne wierzchołków tego czworokąta. Uzasadnij, że czworokąt ABCD jest trapezem.

Odpowiedź: …….. .

Zadanie 8. (*5 pkt*)

Wykaż, że cosinus kąta przecięcia się wykresów funkcji $f(x)=\frac{4}{3}x+1$ i $g(x)=-x\sqrt{2}+9$ jest równy $\frac{4\sqrt{6}-3\sqrt{3}}{15}$.

Zadanie 9. (*4 pkt*)

Oblicz wartość funkcji $f(x)=\left|1-2^{x-3}\right|$ dla argumentu

$$x=\log_{13}\left(\log_{12}^2 8+\log_{12}64\cdot\log_{12}18+\log_{12}^2 18+49^{\frac{1}{\log_3 7}}\right).$$

Odpowiedź: …….. .

Zadanie 10. (*4 pkt*)

Posługując się wykresem funkcji $f(x)=\cos 2x$ dla $x\in\left\langle -\pi,\frac{3\pi}{2}\right\rangle$, rozwiąż nierówność $\cos 2x<\sin\alpha$ wiedząc, że miara kąta α jest równa mierze łukowej kąta środkowego okręgu opartego na $\frac{5}{12}$ okręgu.

Odpowiedź: …….. .

Zadanie 11. (*5 pkt*)

Liczba uczniów w klasie jest 812 razy mniejsza od liczby utworzonych z nich uporządkowanych trójek. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania trzech osób, które są zapisane w dzienniku pod numerami pierwszym, drugim, i trzecim.

Odpowiedź: ……..

BRUDNOPIS

BRUDNOPIS