

WPISUJE ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

IMIĘ I NAZWISKO *

--

* nieobowiązkowe

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z NOWĄ ERĄ MATEMATYKA – POZIOM ROZSZERZONY

☐ dysleksja

Instrukcja dla zdającego

Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 18 stron (zadania 1–18).
Ewentualny brak stron zgłoś nauczycielowi nadzorującemu egzamin.
Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadań otwartych może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
Podczas egzaminu możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
Na tej stronie wpisz swój kod oraz imię i nazwisko.
Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla osoby sprawdzającej.

Powodzenia!

STYCZEŃ 2015

**Czas pracy:
180 minut**

**Liczba punktów
do uzyskania: 50**

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1–5 wybierz i zaznacz poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{2x^2 - x}{x + 1}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq -1$. Pochodna funkcji f w punkcie $x = 1$ jest równa

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{5}{4}$ D. 3

Zadanie 2. (0–1)

Granica $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - x - 2}$ jest równa

- A. 0 B. 4 C. $\frac{16}{3}$ D. $+\infty$

Zadanie 3. (0–1)

Wartość wyrażenia $(\sqrt[3]{16})^{\frac{3}{4\log_5 2}}$ jest równa

- A. $\log_5 2$ B. 2 C. 5 D. 16

Zadanie 4. (0–1)

Prosta o równaniu $y = -2x + 4$ tworzy z osią Ox kąt rozwarty α . Wtedy $\sin 2\alpha$ przyjmuje wartość

- A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $-\frac{4}{5}$

Zadanie 5. (0–1)

Prosta o równaniu $x - 2y + 7 = 0$ jest styczna do okręgu o środku w punkcie $S = (-2, 0)$. Wskaż równanie tego okręgu.

- A. $(x + 2)^2 + y^2 = 5$
B. $(x - 2)^2 + y^2 = 5$
C. $(x + 2)^2 + y^2 = \sqrt{5}$
D. $x^2 + (y + 2)^2 = \frac{9}{4}$

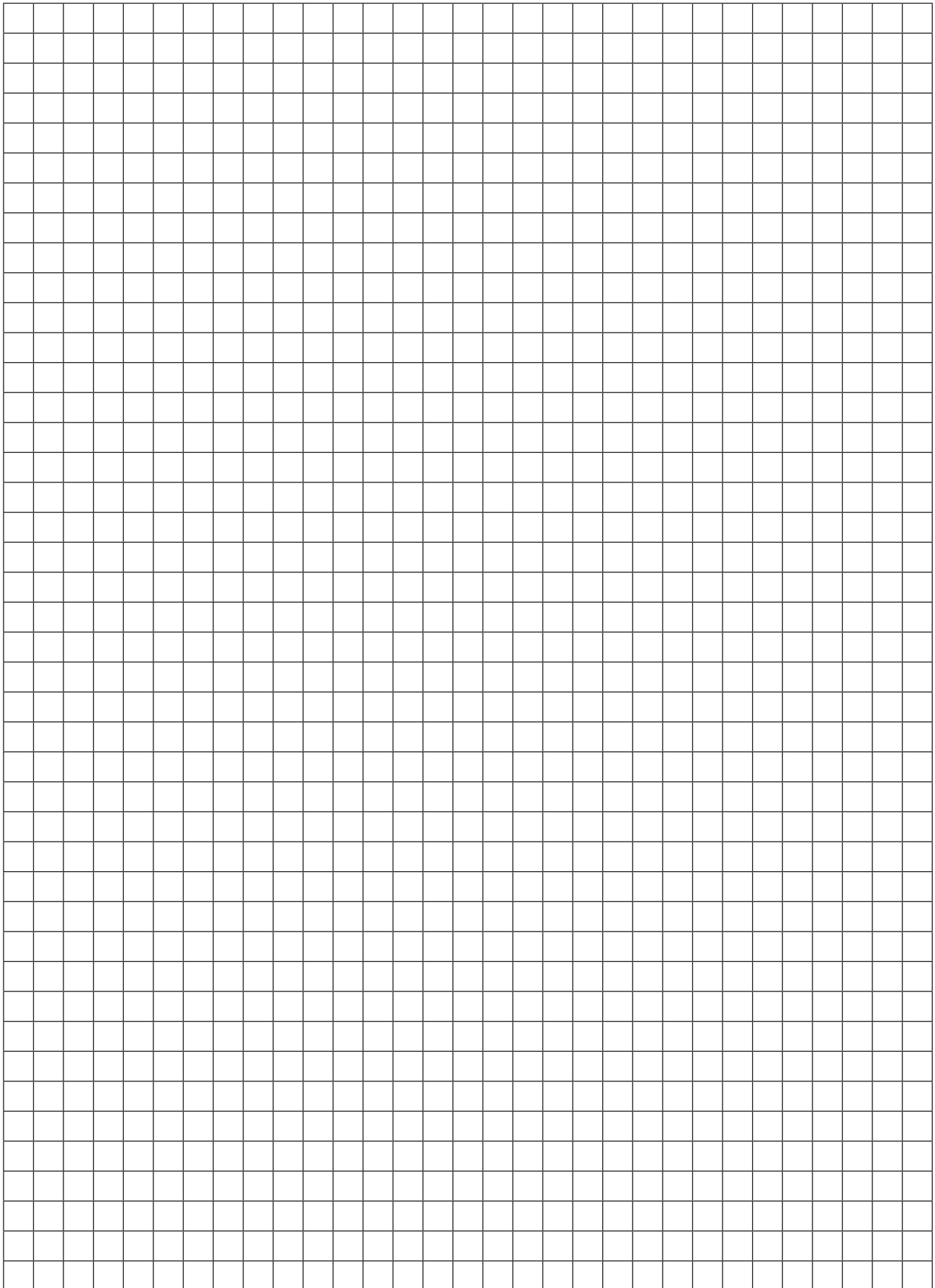
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. The lines are spaced evenly across the entire page, creating a continuous pattern of squares suitable for drawing or technical work. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	1	2	3	4	5
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt					

5 z 18

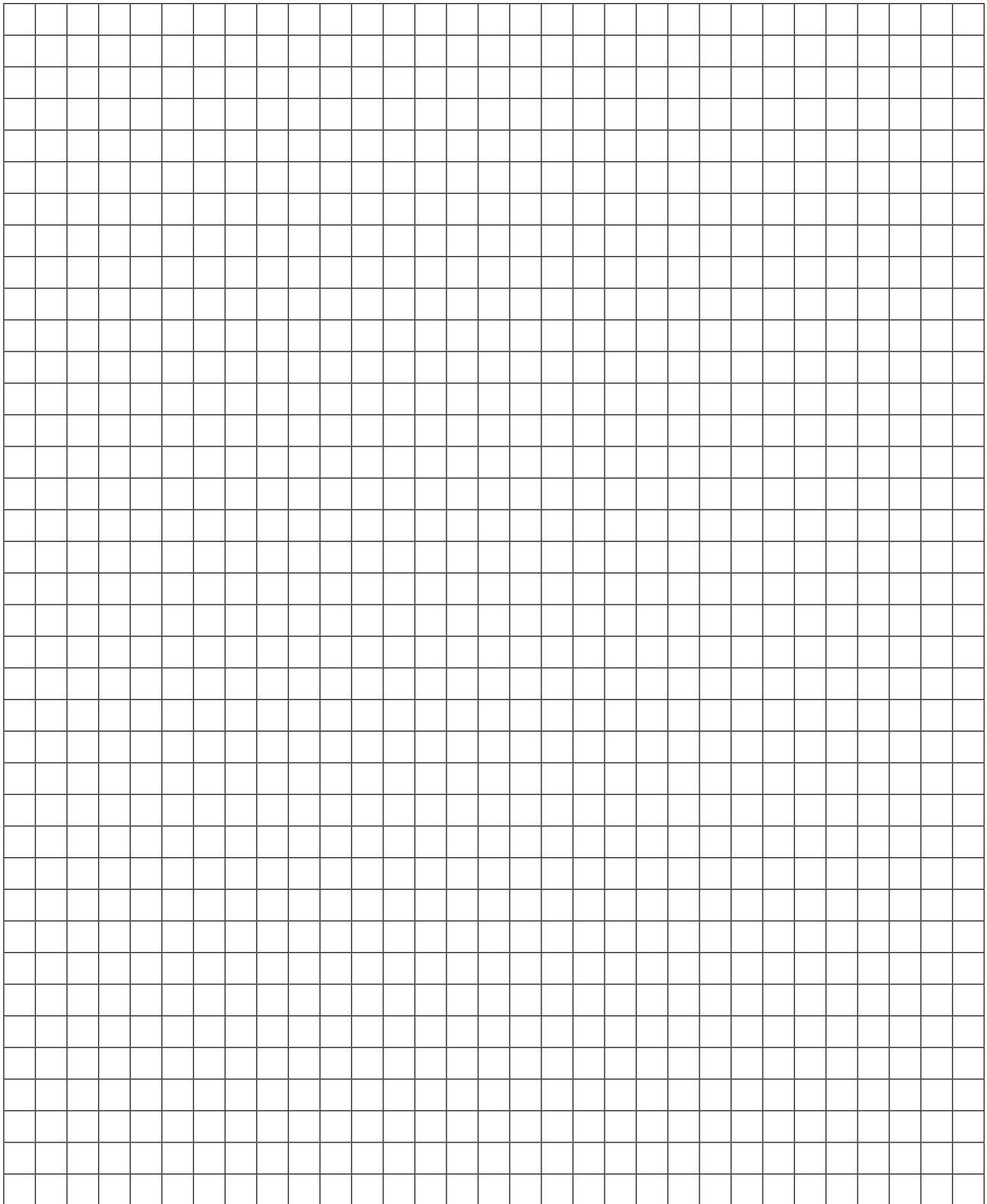
Zadanie 10. (0–3)

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = 2 + \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos 2x$ określonej dla wszystkich liczb rzeczywistych.



Zadanie 11. (0–3)

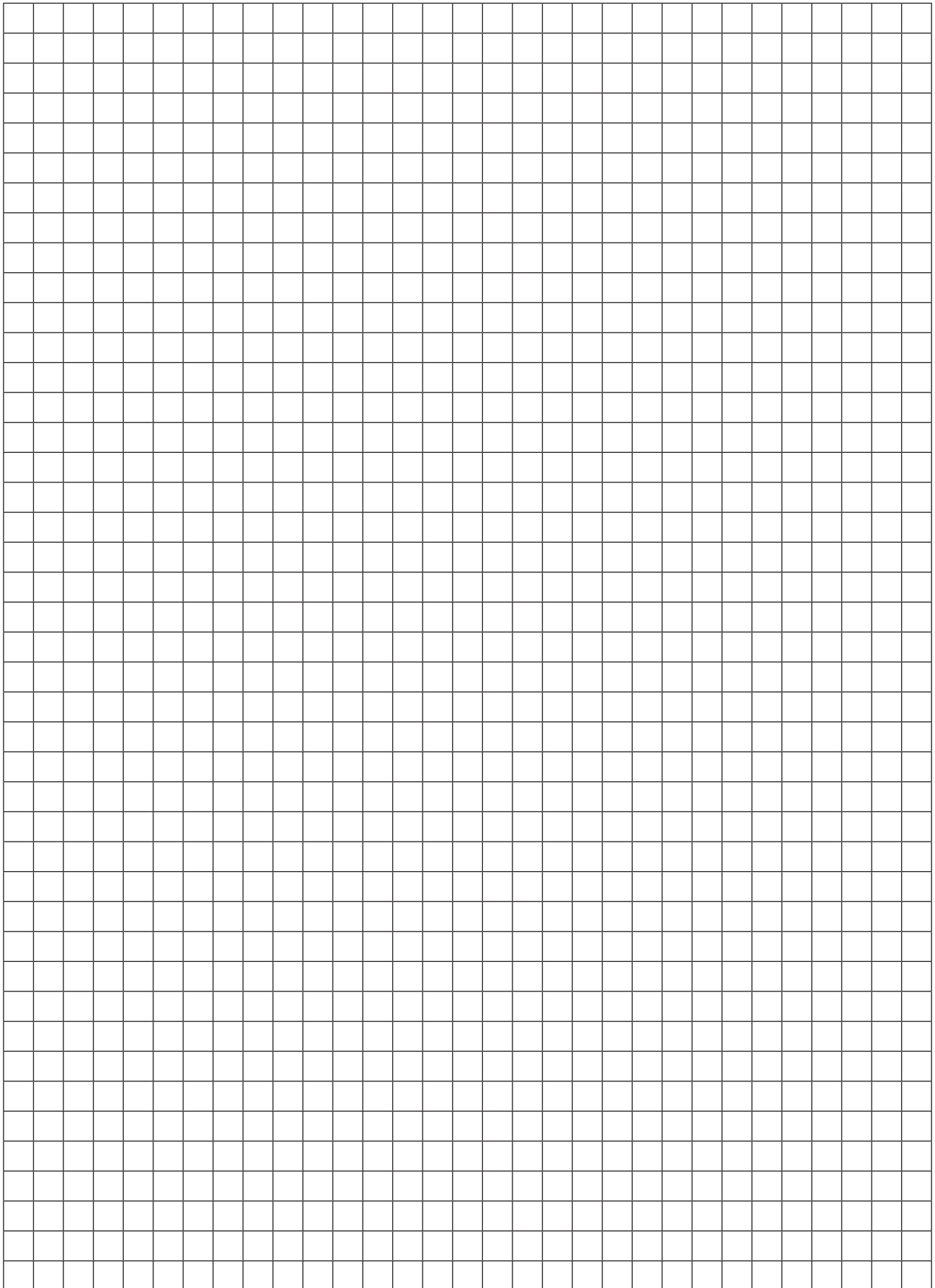
Udowodnij, że jedynym punktem o obu współrzędnych całkowitych, należącym do krzywej o równaniu $y = \sqrt{2}x^2 - 8\sqrt{2}x + 16\sqrt{2} - 2$, jest punkt $P = (4, -2)$.



Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	10	11
	Maks. liczba pkt	3	3
	Uzyskana liczba pkt		

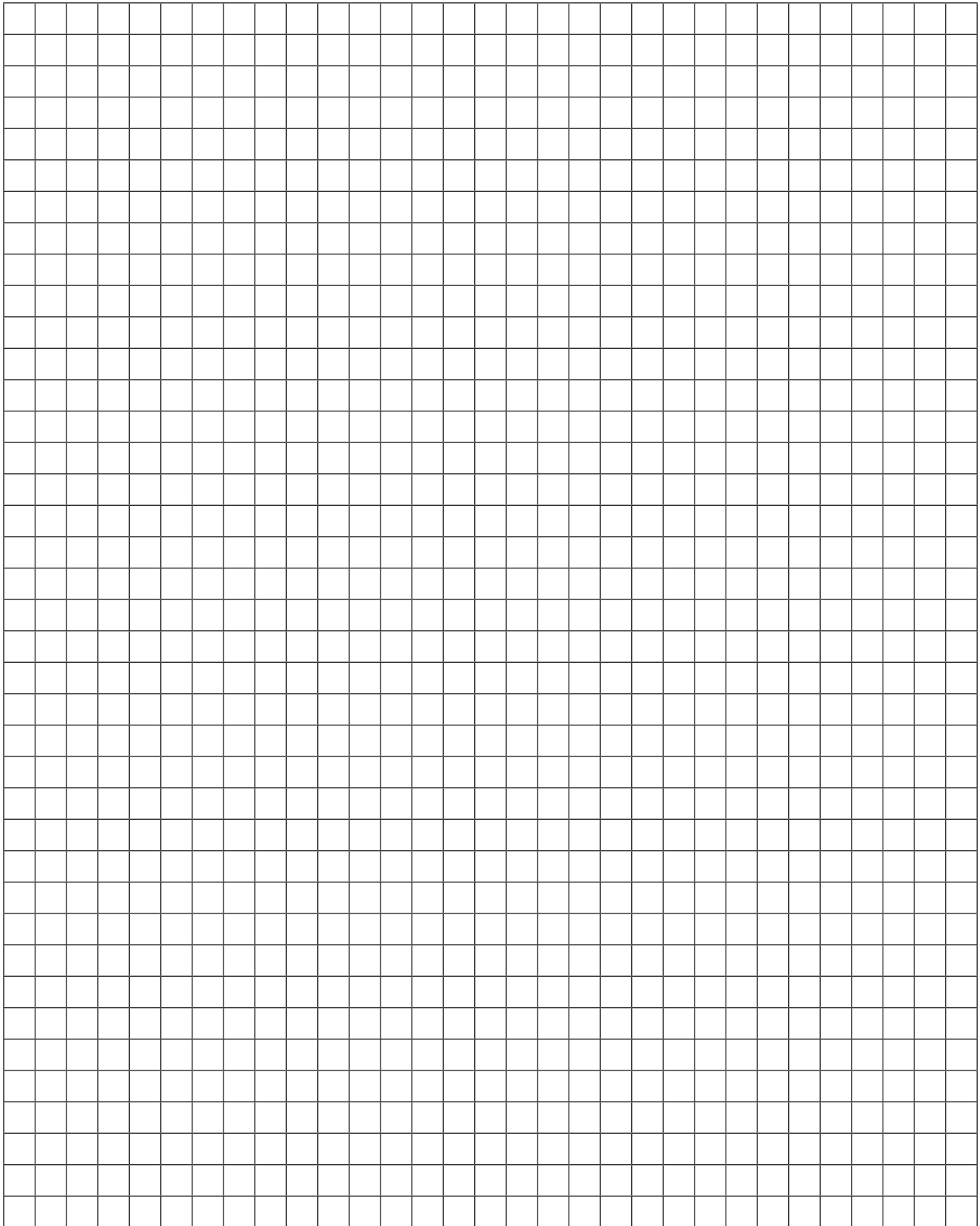
Zadanie 12. (0–3)

W trójkącie równoramiennym ABC o podstawie AB , gdzie $|AB| = a$ oraz $|AC| = |BC| = b$, poprowadzono środkową AD długości x . Wykaż, że $x = \frac{\sqrt{2a^2 + b^2}}{2}$.



Zadanie 13. (0–3)

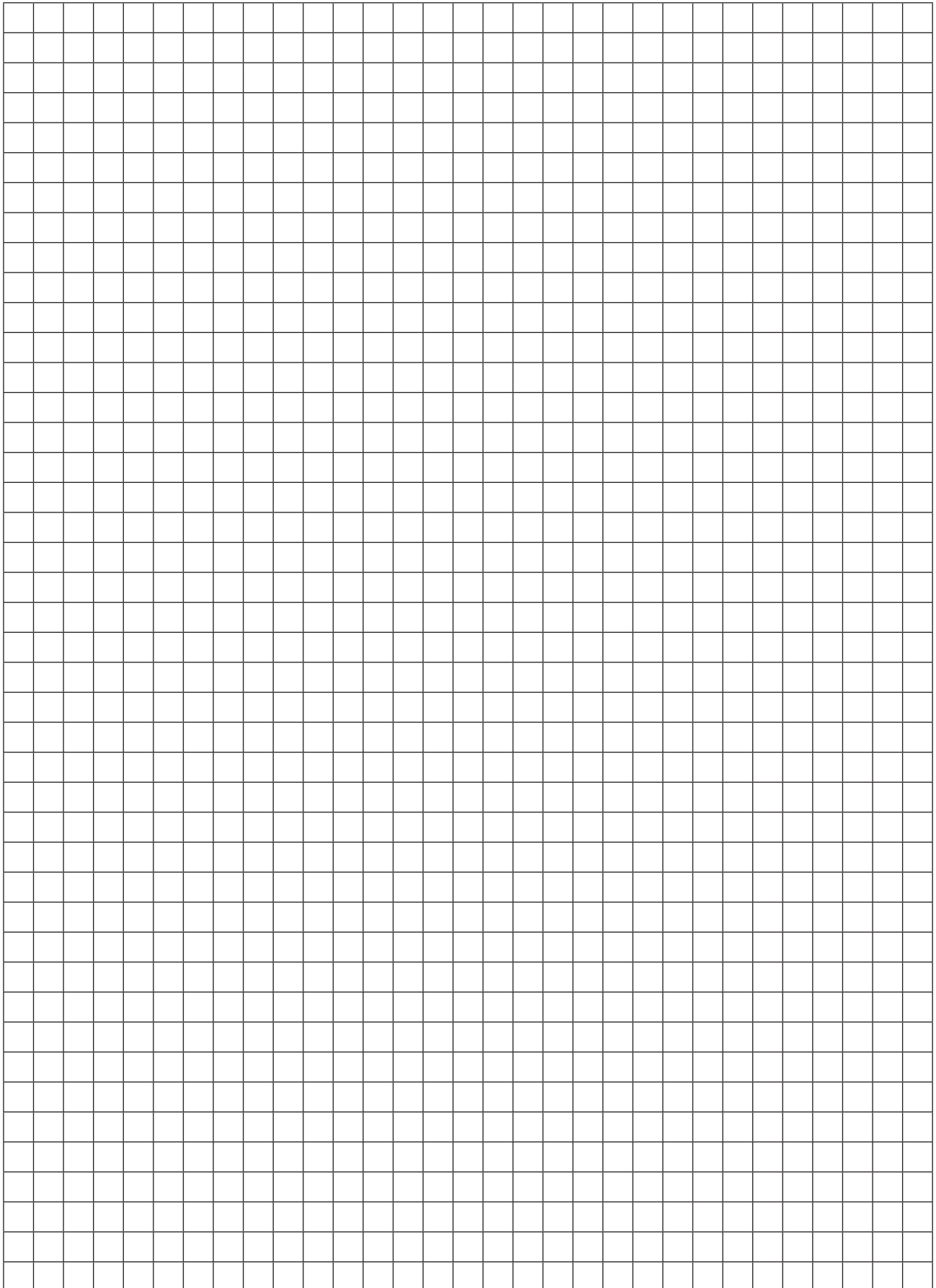
Naszkicuj wykres funkcji $f(x) = \left| \log_{\frac{1}{2}}(x+4) \right|$ i zbadaj, dla jakich wartości parametru m równanie $f(x) = m$ ma dwa ujemne rozwiązania.



Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	12	13
	Maks. liczba pkt	3	3
	Uzyskana liczba pkt		

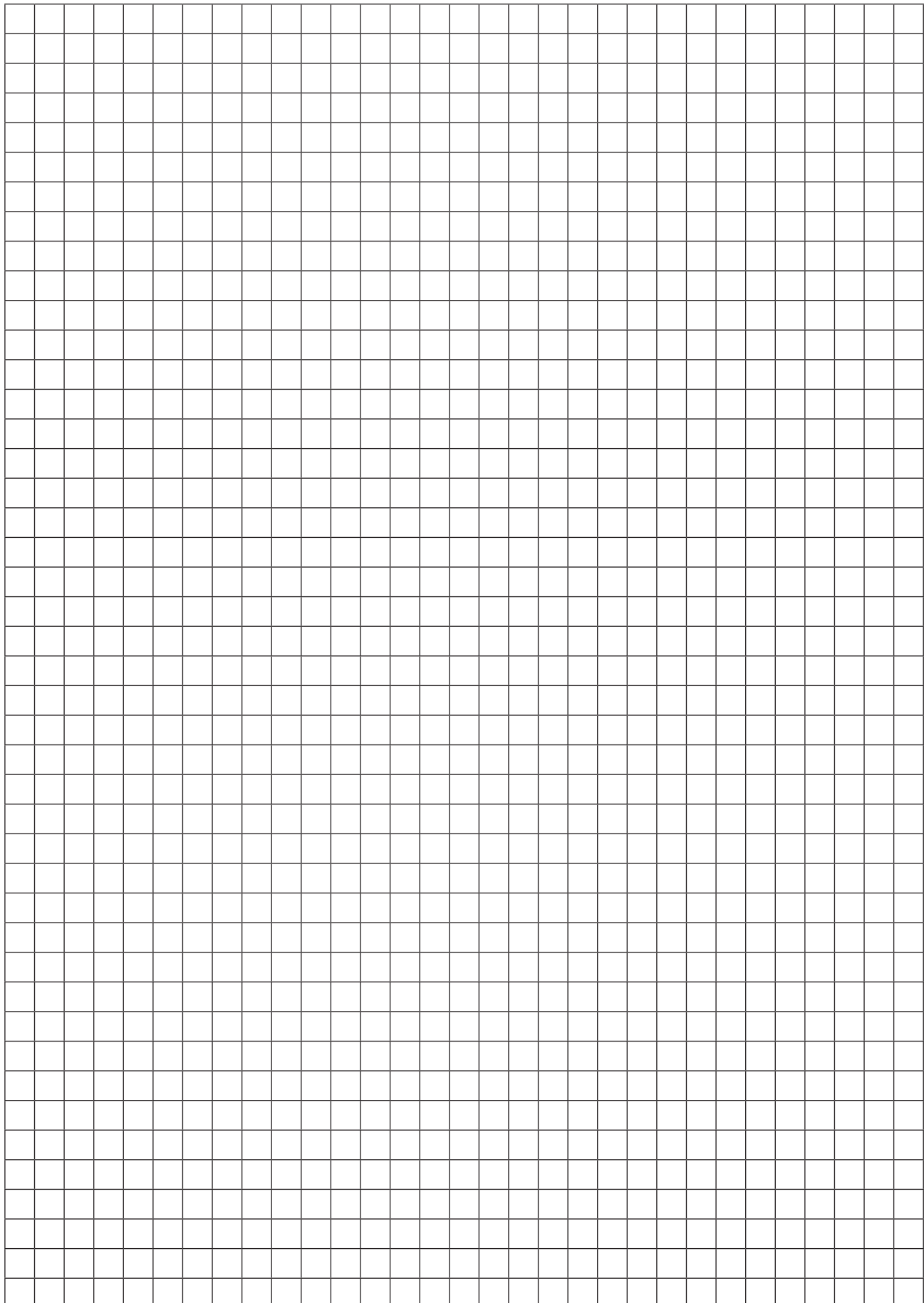
Zadanie 14. (0–3)

Wyznacz równanie stycznej do wykresu wielomianu $f(x) = x^3 - 3x^2 + x$, która jest prostopadła do prostej $x - 2y - 6 = 0$.



Zadanie 16. (0–6)

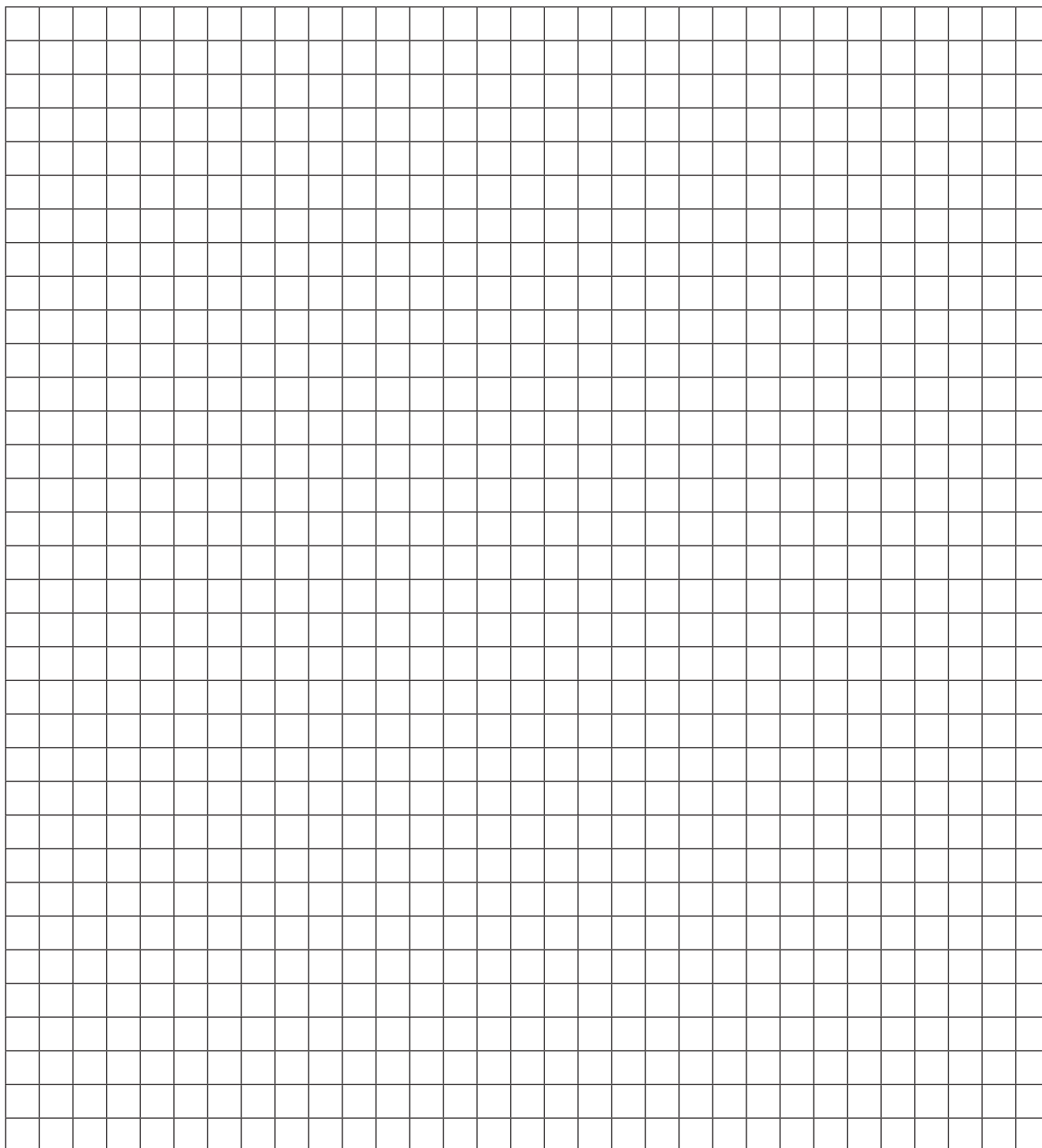
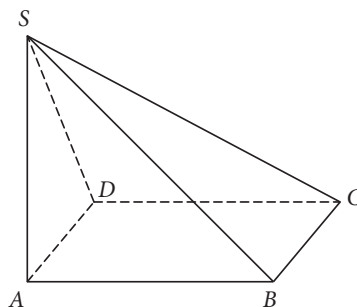
Wyznacz wszystkie wartości parametru k , dla których wierzchołek paraboli o równaniu $y = x^2 - 2kx + 2k^2 - 4k + 4$ należy do koła o środku $S = (3, 2)$ i promieniu $\sqrt{5}$.



13 z 18

Zadanie 17. (0–6)

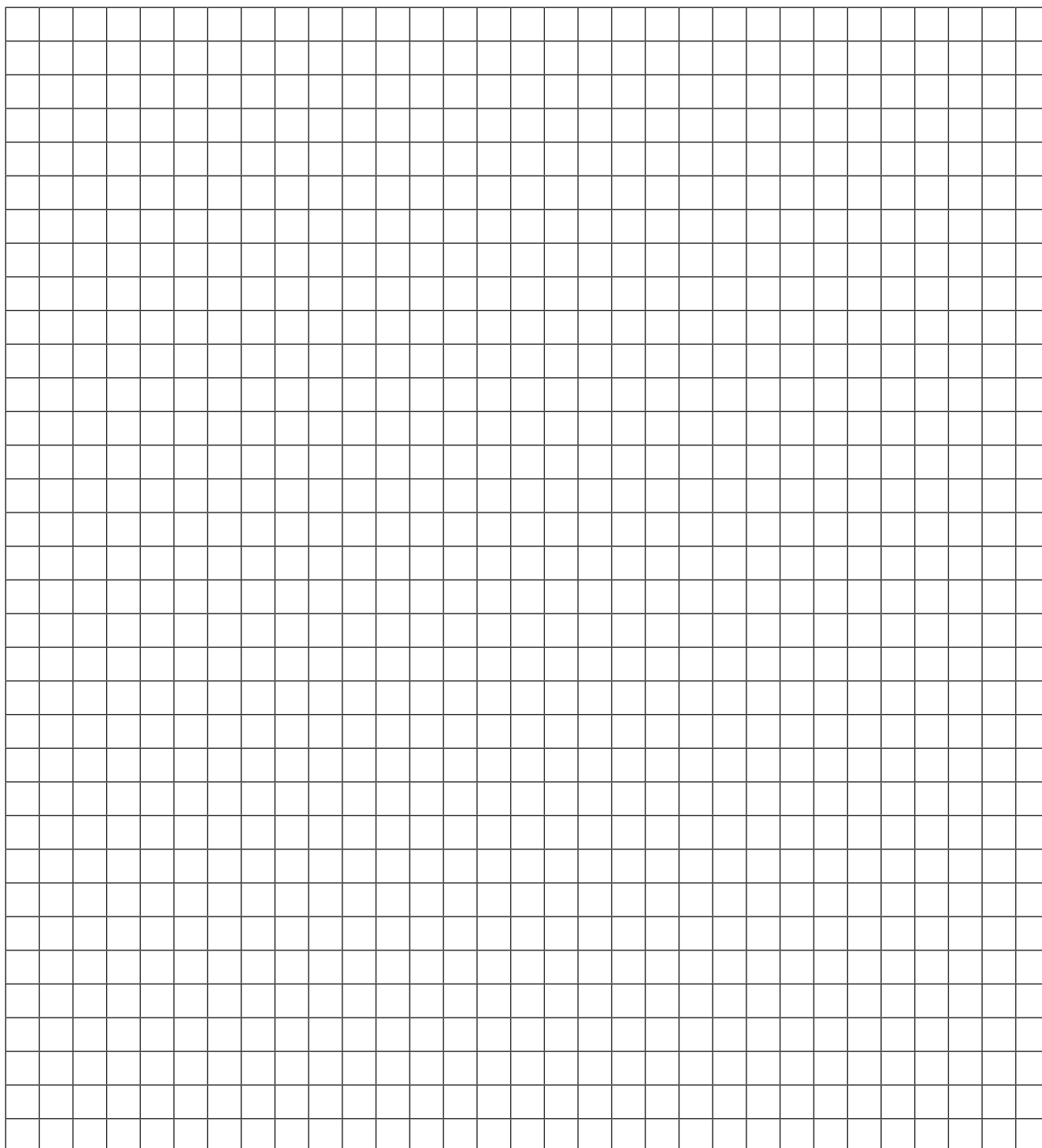
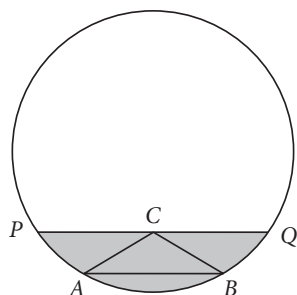
Kwadrat $ABCD$ o boku długości a jest podstawą ostrosłupa $ABCDS$. Krawędź boczna AS ma również długość a i jest prostopadła do płaszczyzny podstawy. Ostrosłup ten przecięto płaszczyzną przechodzącą przez wierzchołek A i prostopadłą do krawędzi CS . Oblicz pole otrzymanego przekroju.



15 z 18

Zadanie 18. (0–7)

Cięciwa PQ długości $8\sqrt{2}$ podzieliła koło o promieniu $4\sqrt{3}$ na dwa odcinki kołowe. W odcinek kołowy, który nie zawiera środka koła, wpisujemy trójkąty równoramienne ABC tak, że podstawa AB jest równoległa do cięciwy PQ , a wierzchołek C jest środkiem tej cięciwy (zobacz rysunek). Wyznacz długości boków tego z trójkątów, który ma największe pole.



17 z 18

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid lines are evenly spaced both horizontally and vertically.