

WPISUJE ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

IMIĘ I NAZWISKO *

* nieobowiązkowe

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z NOWĄ ERĄ MATEMATYKA – POZIOM ROZSZERZONY

☐ dysleksja

Instrukcja dla zdającego

Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera **22** strony (zadania **1–16**).
 Ewentualny brak stron zgłoś nauczycielowi nadzorującemu egzamin.
 Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
 Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadań otwartych może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
 Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
 Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
 Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
 Podczas egzaminu możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
 Na tej stronie wpisz swój kod oraz imię i nazwisko.
 Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla osoby sprawdzającej.

STYCZEŃ 2016

**Czas pracy:
180 minut**

**Liczba punktów
do uzyskania: 50**

W zadaniach 1–5 wybierz i zaznacz poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Suma wszystkich rozwiązań równania $||x - 4| - 2| = 3$ jest równa

- A. 8 B. 9 C. 12 D. 16

Zadanie 2. (0–1)

Ciąg (a_n) jest zdefiniowany rekurencyjnie:
$$\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = \frac{2a_n}{\sqrt{2}} \end{cases} \text{ dla } n \geq 1$$

Wskaż wzór ogólny ciągu (b_n) , w którym $b_n = a_n + a_{n+2}$ dla $n \geq 1$.

A. $b_n = (\sqrt{2})^{n+3}$

B. $b_n = 2^{n+4}$

C. $b_n = 3 \cdot 2^{\frac{n+3}{2}}$

D. $b_n = 4 \cdot (\sqrt{2})^{2n}$

Zadanie 3. (0–1)

Jedyny pierwiastek rzeczywisty wielomianu $w(x) = 2x^3 + (c - 5)x^2 + cx - 5$ o współczynnikach całkowitych jest liczbą pierwszą. Zatem parametr c jest równy

- A. 19 B. 4 C. -1 D. -4

Zadanie 4. (0–1)

Liczby x, y, z są dodatnie i różne od 1 oraz $\log_x \sqrt{y} = \frac{1}{3}$ i $\log_y \sqrt[3]{z} = \frac{1}{4}$. Wskaż wartość wyrażenia $\log_z \sqrt[4]{x}$.

- A. 18 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{5}$

Zadanie 5. (0–1)

Ile różnych funkcji można utworzyć na zbiorze $X = \{-2, -1, 3, 4\}$ o wartościach ze zbioru $Y = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$?

- A. 2880 B. 1296 C. 360 D. 24

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin black lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	1	2	3	4	5
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt					

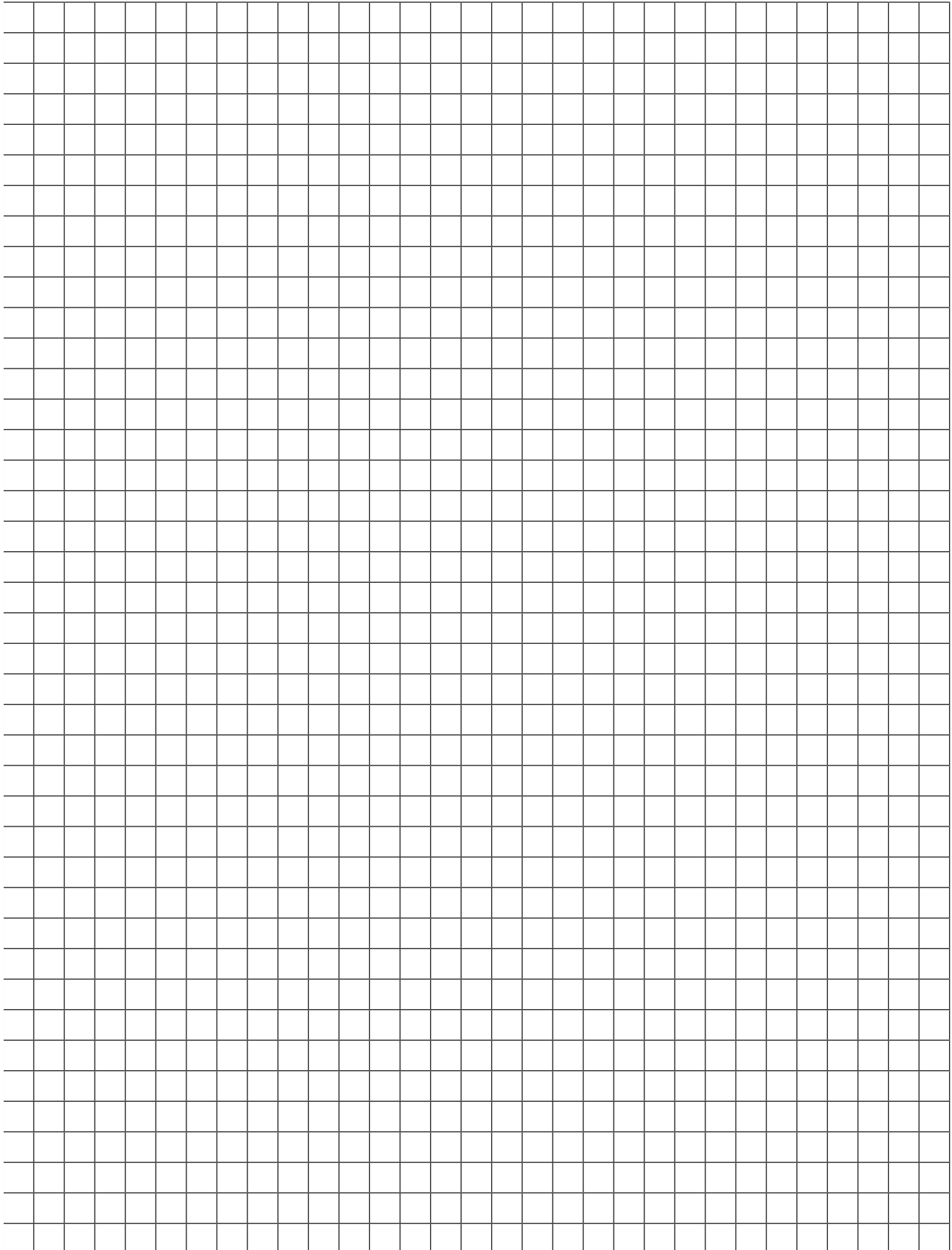
Oblicz wartość parametru k , dla której granica $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{kn! - (n-2)!}{(k-2)n! + k(n-1)!}$ jest równa 9.

--	--	--

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of these squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid covers the entire area of the page without any margins or additional markings.

Zadanie 8. (0–3)

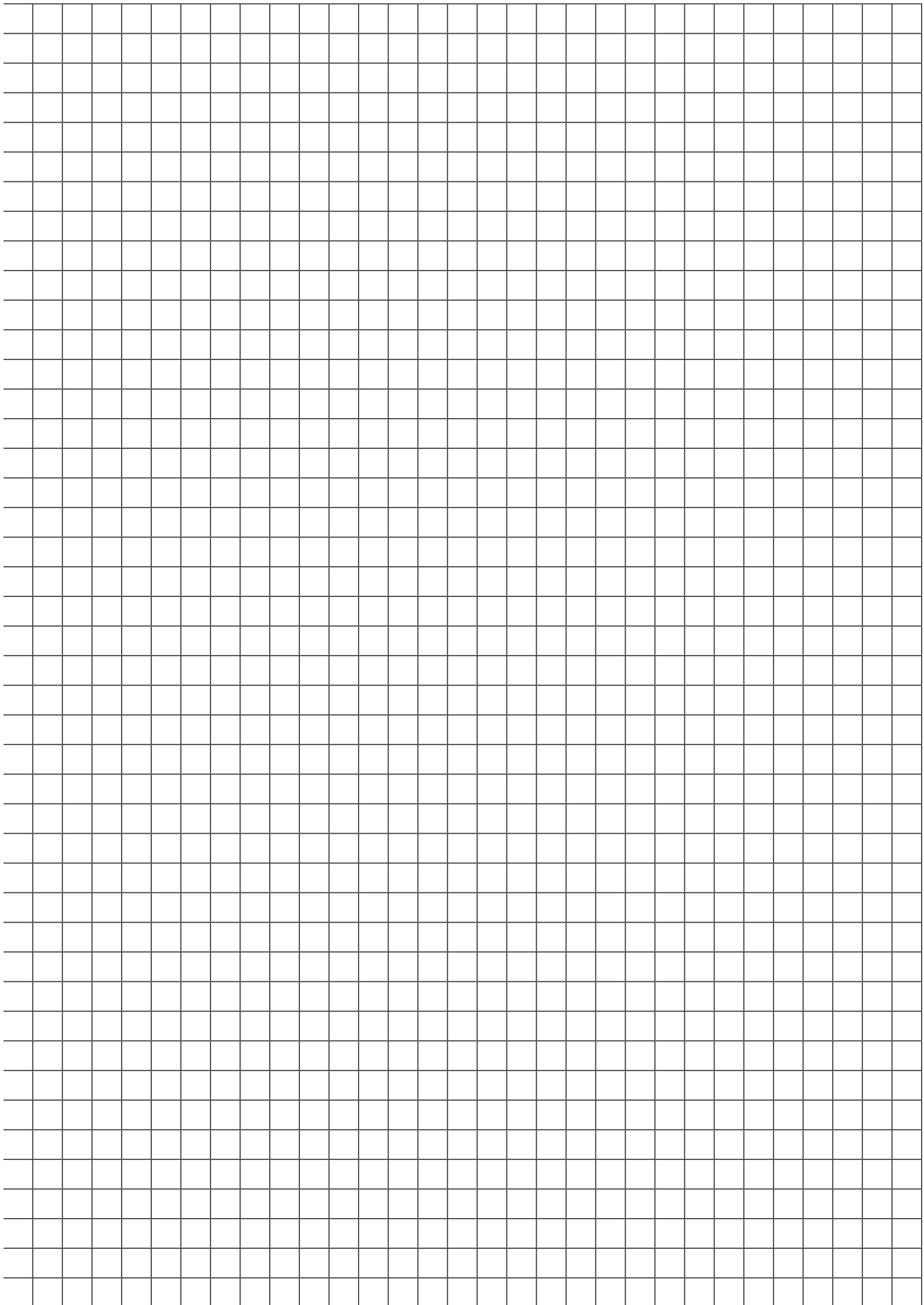
W trójkącie prostokątnym ABC , w którym bok AB jest przeciwprostokątną, na boku BC obrano punkt D taki, że $|\sphericalangle DAB| = 2|\sphericalangle CAD|$. Długość odcinka BD jest równa a , a kąt CAD ma miarę α . Wykaż, że $|AD| = \frac{a(1 - 4\sin^2\alpha)}{2\sin\alpha}$.



7 z 22

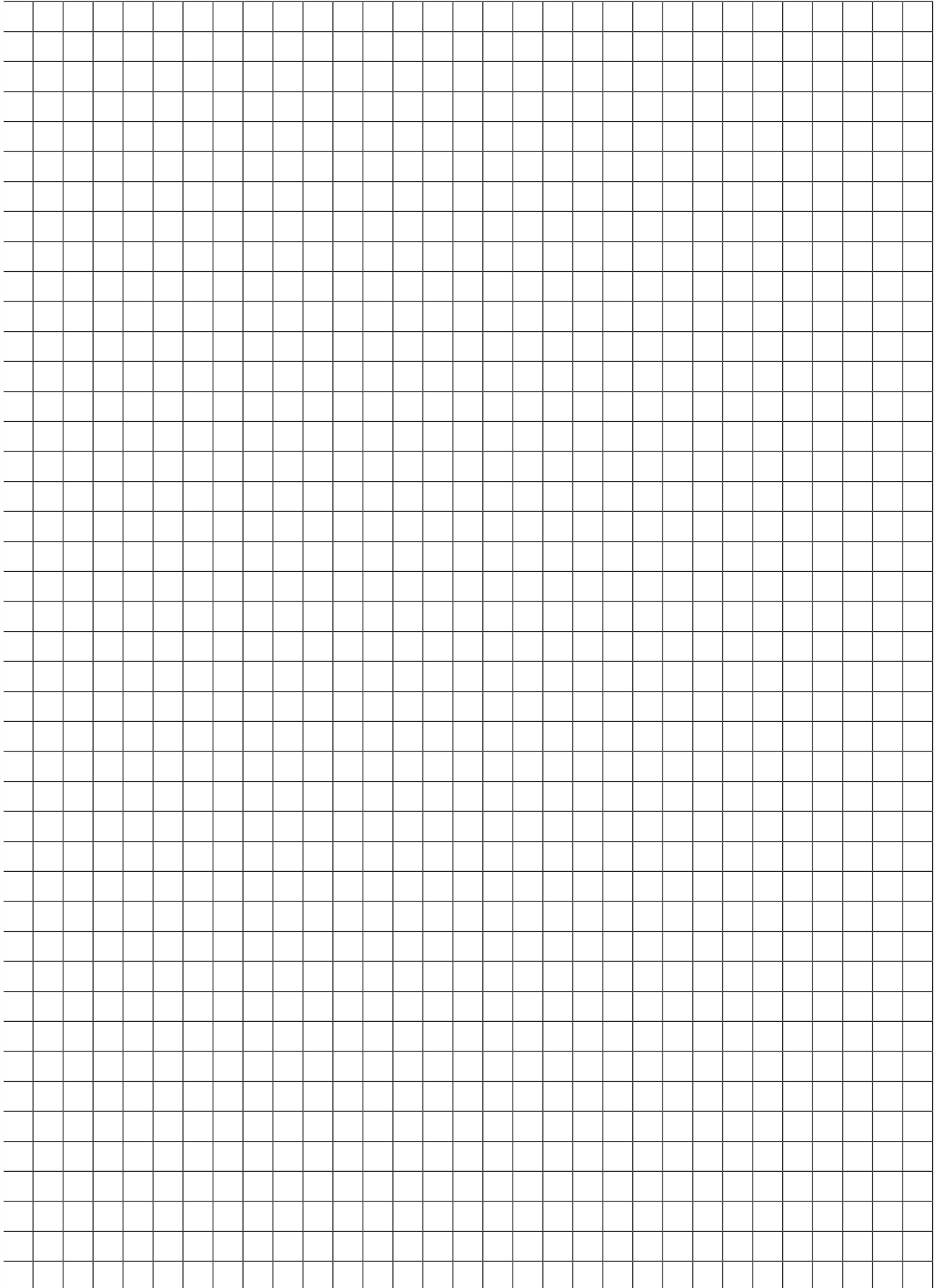
Zadanie 9. (0–3)

Wykaż, że wielomian $f(x) = 3x^{10} - 5x^6 + 3$ nie ma pierwiastków rzeczywistych.



Zadanie 11. (0–4)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = \frac{x+3}{1-x}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 1$. Wyznacz równania tych stycznych do wykresu funkcji f , które tworzą z osią Ox kąt 45° .

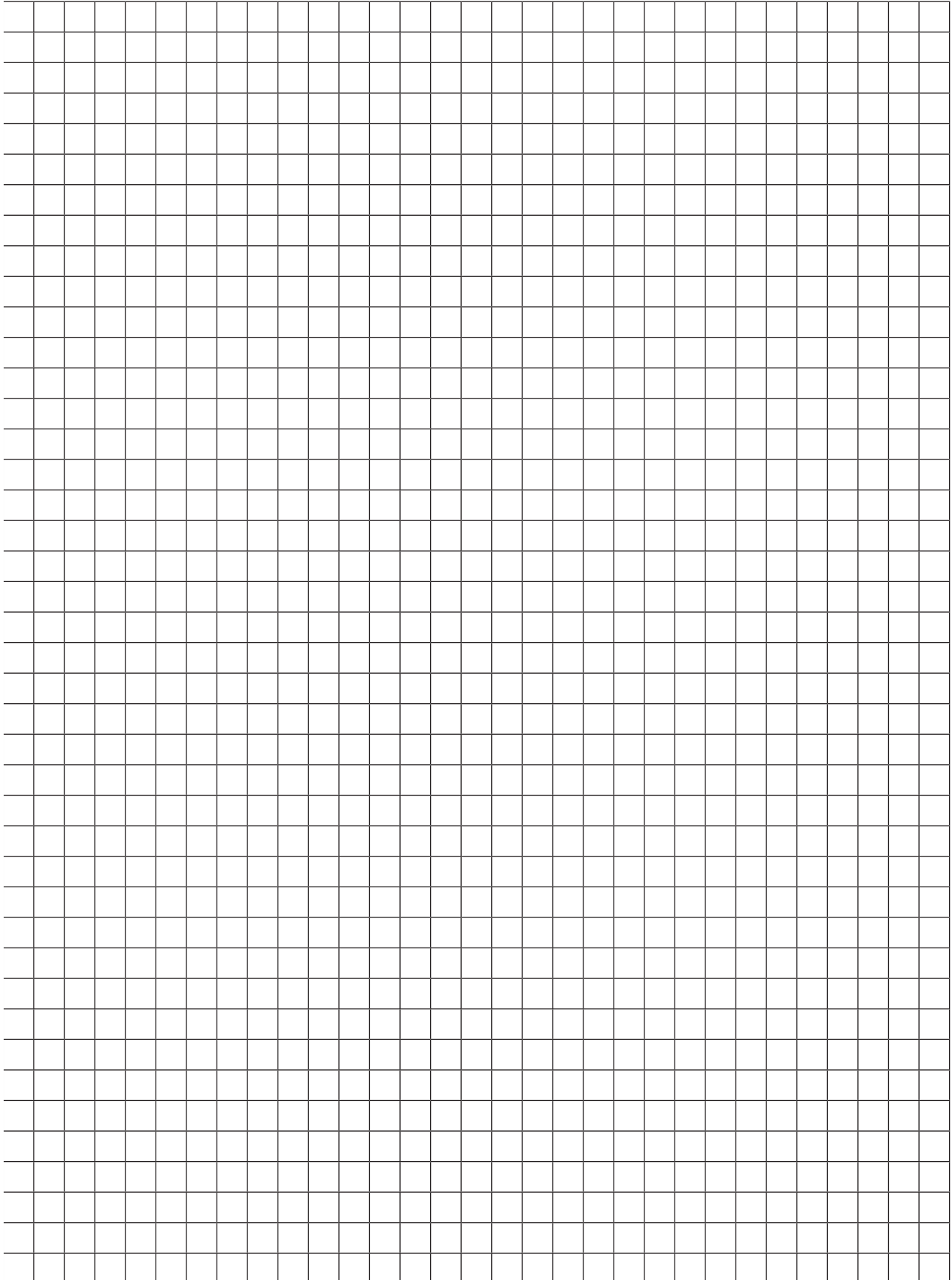


Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	11
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	12
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 13. (0–5)

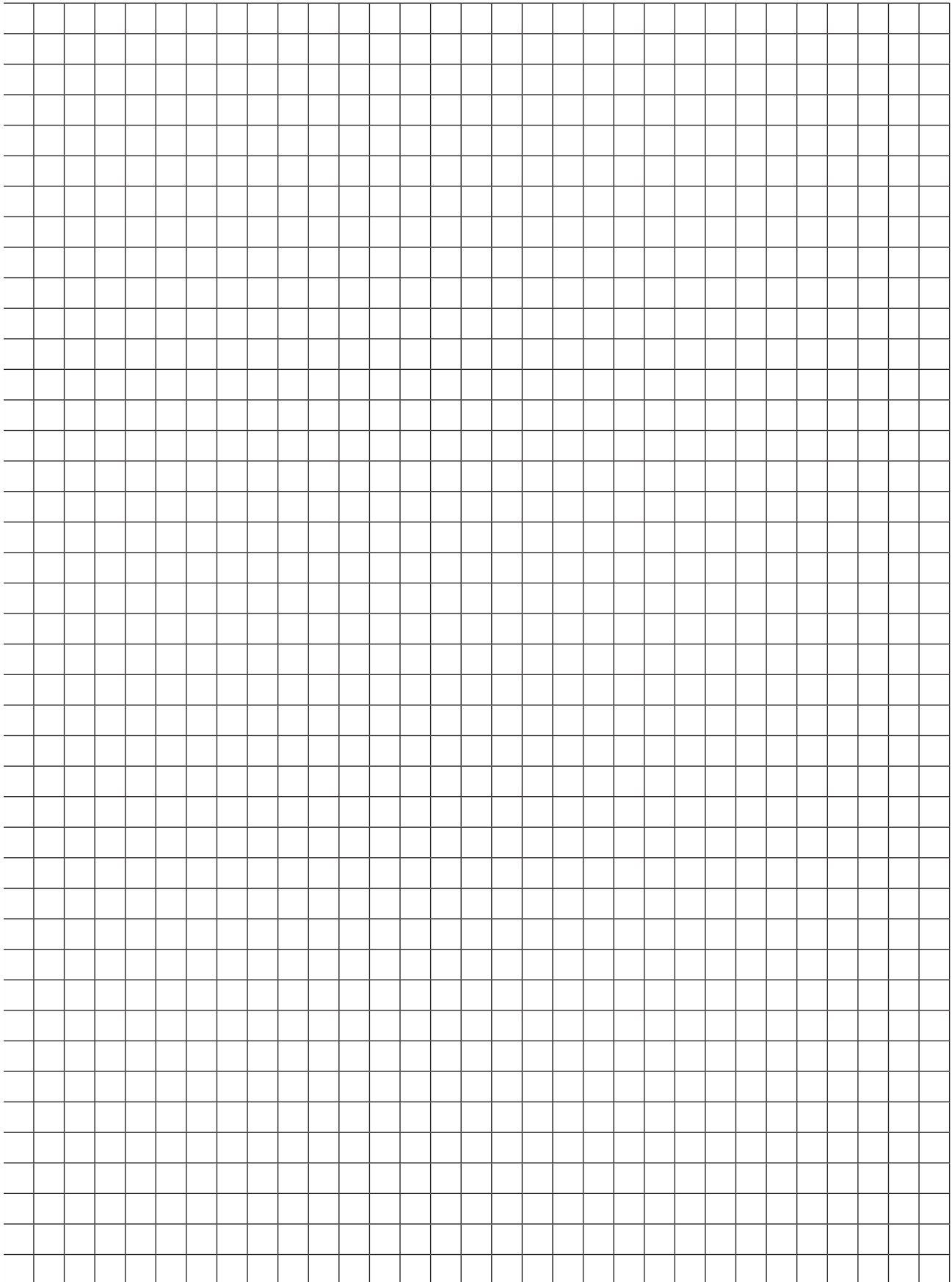
W trapez równoramienny $ABCD$, w którym $AB \parallel CD$, wpisano okrąg o środku S . Odległość punktu S od końców dłuższej podstawy AB jest równa 10, a cosinus kąta ostrego tego trapezu jest równy $\frac{3}{5}$. Oblicz pole tego trapezu.



Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	13
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 14. (0–5)

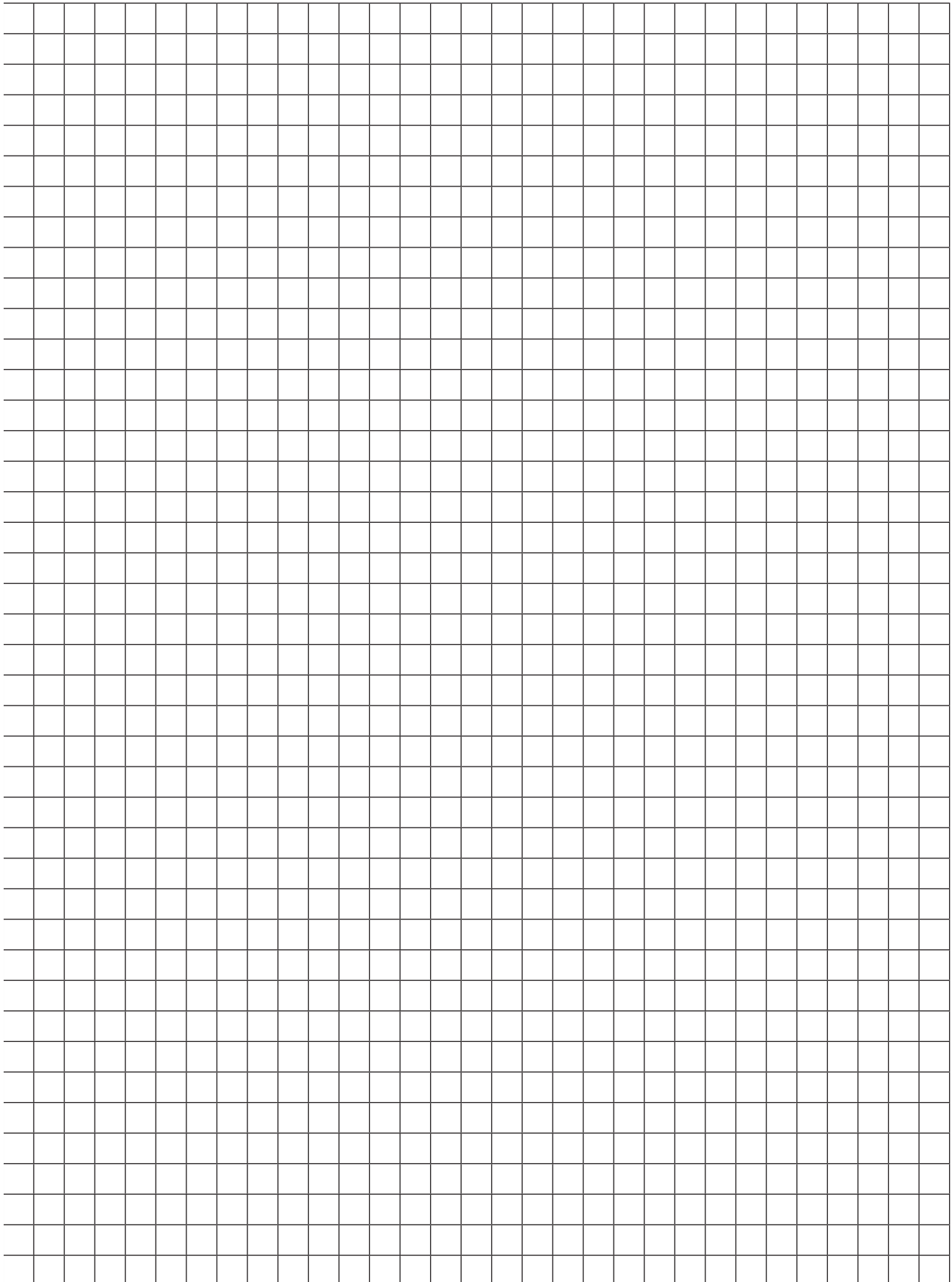
Odcinek $A'B'$ jest obrazem odcinka o końcach $A = (2, 6)$ oraz $B = (-4, 4)$ w jednokładności o środku $O = (0, 3)$ i skali $k \neq 0$. Punkt A' , który jest obrazem punktu A w tej jednokładności, leży na prostej o równaniu $x + 2y + 10 = 0$. Wyznacz równanie okręgu, którego średnicą jest odcinek $A'B'$.



Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	14
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 15. (0–6)

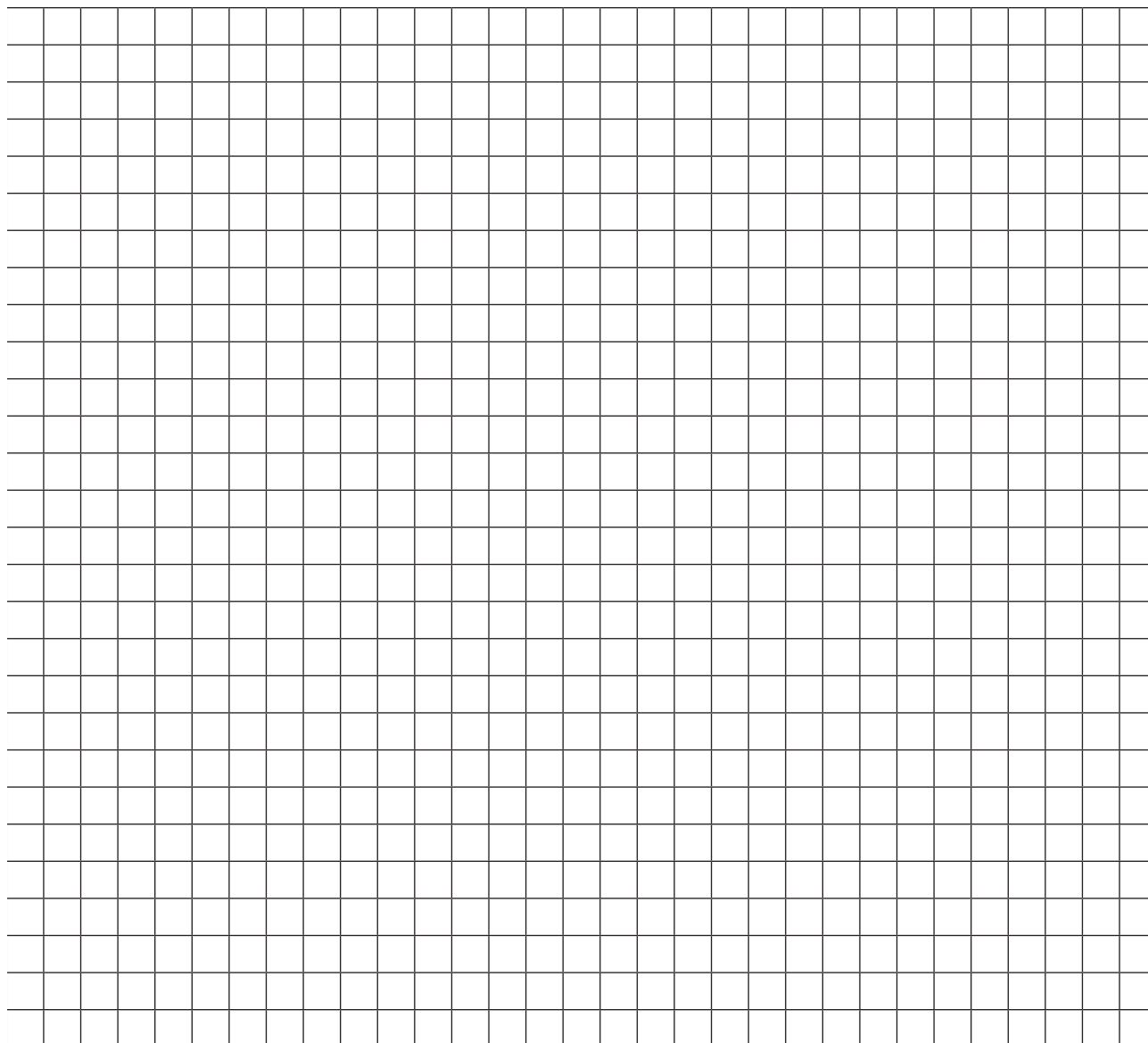
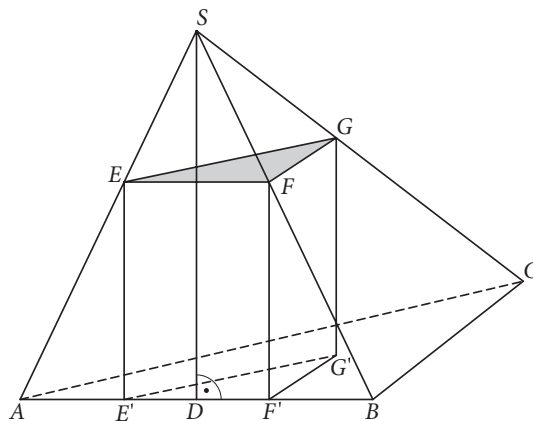
Prosta o równaniu $y = (a - 3)x + a + 4$ przecina parabolę o równaniu $y = \frac{1}{2}x^2 - 2ax + a + 8$ w dwóch punktach o pierwszych współrzędnych x_1, x_2 . Wyznacz wszystkie wartości parametru a , dla których współrzędne x_1, x_2 spełniają nierówność $x_1^3 + x_2^3 \leq 9x_1x_2$.



Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	15
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 16. (0–7)

Ostrosłup $ABCS$ o podstawie ABC , będącej trójkątem równobocznym, i wysokości SD , gdzie D jest środkiem odcinka AB , przecięto płaszczyzną równoległą do płaszczyzny podstawy (zobacz rysunek). Punkty E, F, G są punktami wspólnymi płaszczyzny przekroju i krawędzi bocznych ostrosłupa. Punkty E', F', G' leżą na podstawie ABC i odcinki EE', FF', GG' są do niej prostopadłe. Wiedząc, że $|AB| = 12$ i $|SD| = 16$, oblicz, w jakiej odległości od płaszczyzny podstawy należy poprowadzić przekrój ostrosłupa, aby graniastosłup $E'F'G'EFG$ miał największą objętość.



Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	16
	Maks. liczba pkt	7
	Uzyskana liczba pkt	

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid lines are evenly spaced both horizontally and vertically. There are no margins, text, or other markings on the page.