

WPISUJE ZDAJĄCY

KOD ZDAJĄCEGO

--	--	--	--

symbol klasy

--	--	--	--

symbol zdającego

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z NOWĄ ERĄ MATEMATYKA – POZIOM ROZSZERZONY

☐

dysleksja

Instrukcja dla zdającego

Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera **20** stron (zadania **1–16**).
Ewentualny brak stron zgłoś nauczycielowi nadzorującemu egzamin.
Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadań otwartych może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
Podczas egzaminu możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
Na tej stronie wpisz swój kod.
Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla osoby sprawdzającej.

Powodzenia!

STYCZEŃ 2019

**Czas pracy:
180 minut**

**Liczba punktów
do uzyskania: 50**

W zadaniach 1.–4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $4^{\log_2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}-1} \right)}$ jest równa

- A. $\sqrt{2} + 1$. B. $2 + 2\sqrt{2}$. C. $3 - 2\sqrt{2}$. D. $3 + 2\sqrt{2}$.

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\frac{|x - |x||}{x}$ jest dla każdego $x \neq 0$

- A. dodatnia. B. nieujemna. C. ujemna. D. niedodatnia.

Zadanie 3. (0–1)

Ciąg liczb rzeczywistych $a_1, a_2, \dots$ jest zdefiniowany warunkami $a_1 = 1$ oraz $(a_{n+1})^3 = 99(a_n)^3$ dla $n \geq 1$. Wówczas wyraz a_{100} jest równy

- A. 33^{33} . B. 33^{99} . C. 99^{33} . D. 99^{99} .

Zadanie 4. (0–1)

Wskaż zbiór wszystkich rozwiązań równania $|\cos(\alpha) + \cos(3\alpha) + \cos(5\alpha)| = 3$.

- A. $\{\alpha: \alpha = n \cdot 60^\circ, n \text{ jest dowolną liczbą całkowitą}\}$
B. $\{\alpha: \alpha = n \cdot 90^\circ, n \text{ jest dowolną liczbą całkowitą}\}$
C. $\{\alpha: \alpha = n \cdot 180^\circ, n \text{ jest dowolną liczbą całkowitą}\}$
D. $\{\alpha: \alpha = n \cdot 360^\circ, n \text{ jest dowolną liczbą całkowitą}\}$

Zadanie 5. (0–2)

Oblicz granicę ciągu o wyrazie $a_n = 2(\sqrt{n + 100\sqrt{n} + 5} - \sqrt{n - \sqrt{n} + 200})$.

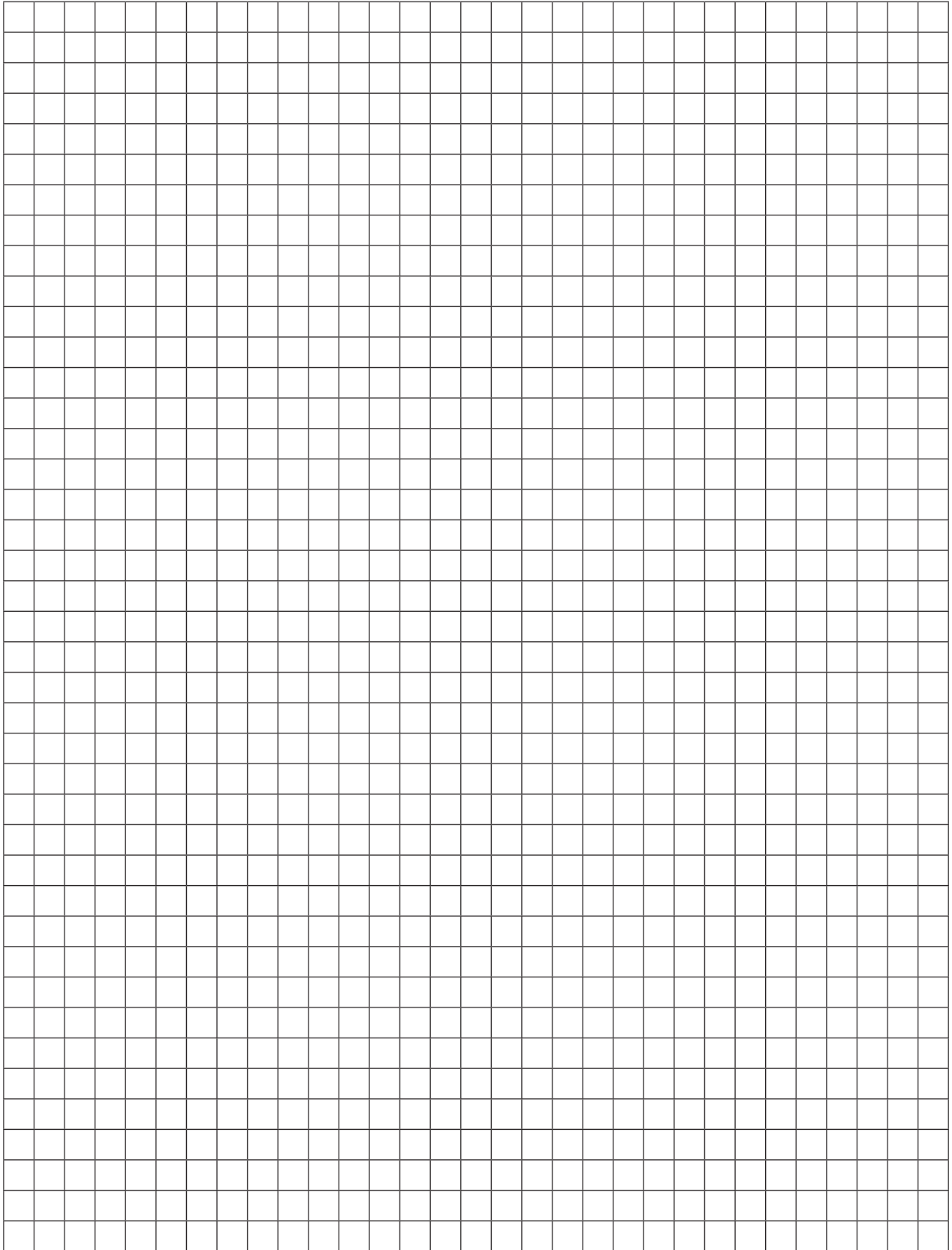
W poniższe kratki wpisz kolejno cyfry wyniku.

--	--	--

[illegible]

Zadanie 6. (0–2)

Wyznacz parę liczb $p, q \in R$ tak, by wielomian $x^4 + px^2 + q$ był podzielny przez trójmian $x^2 + 6x + 5$.

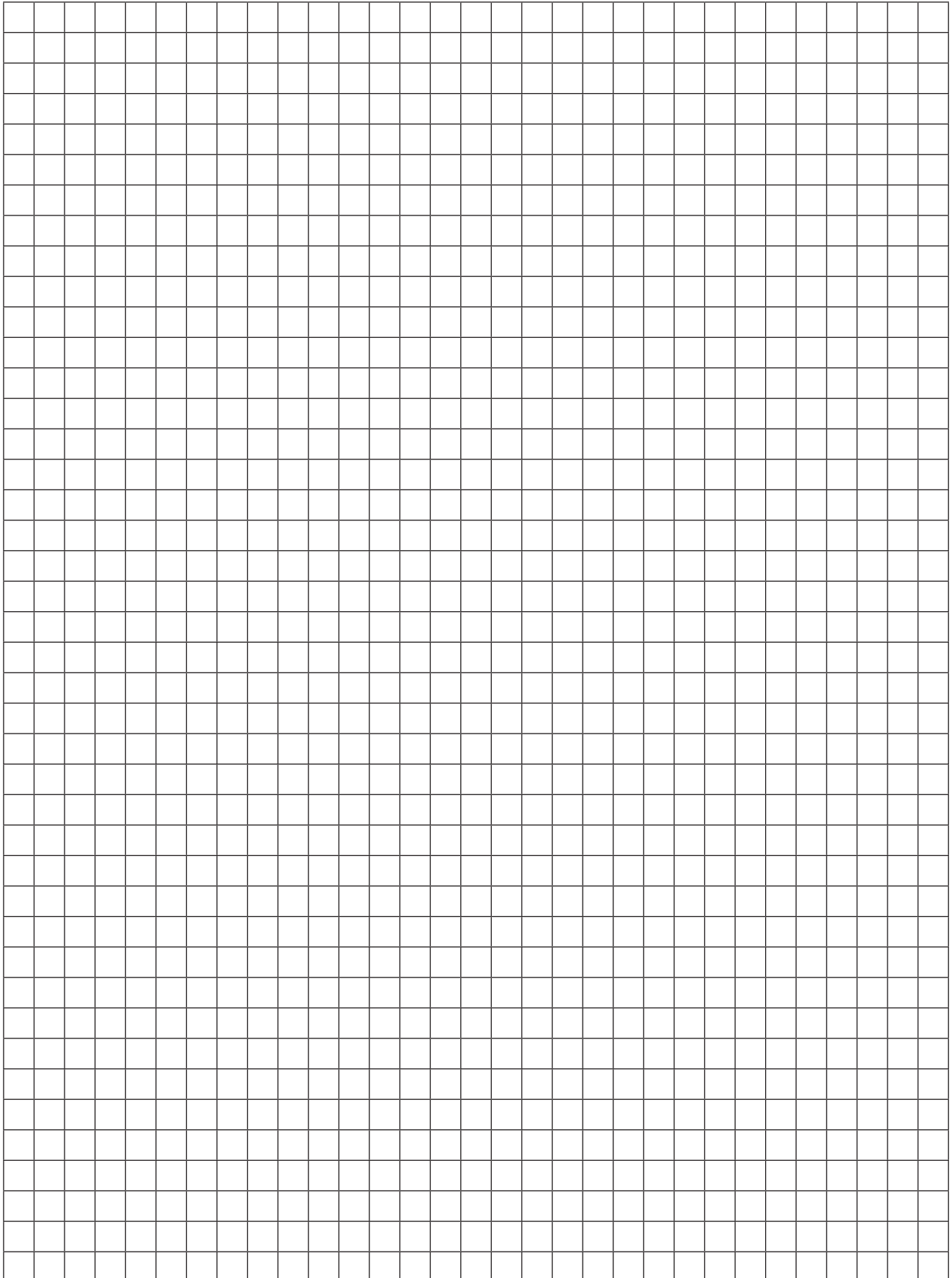


Odpowiedź:

5 z 20

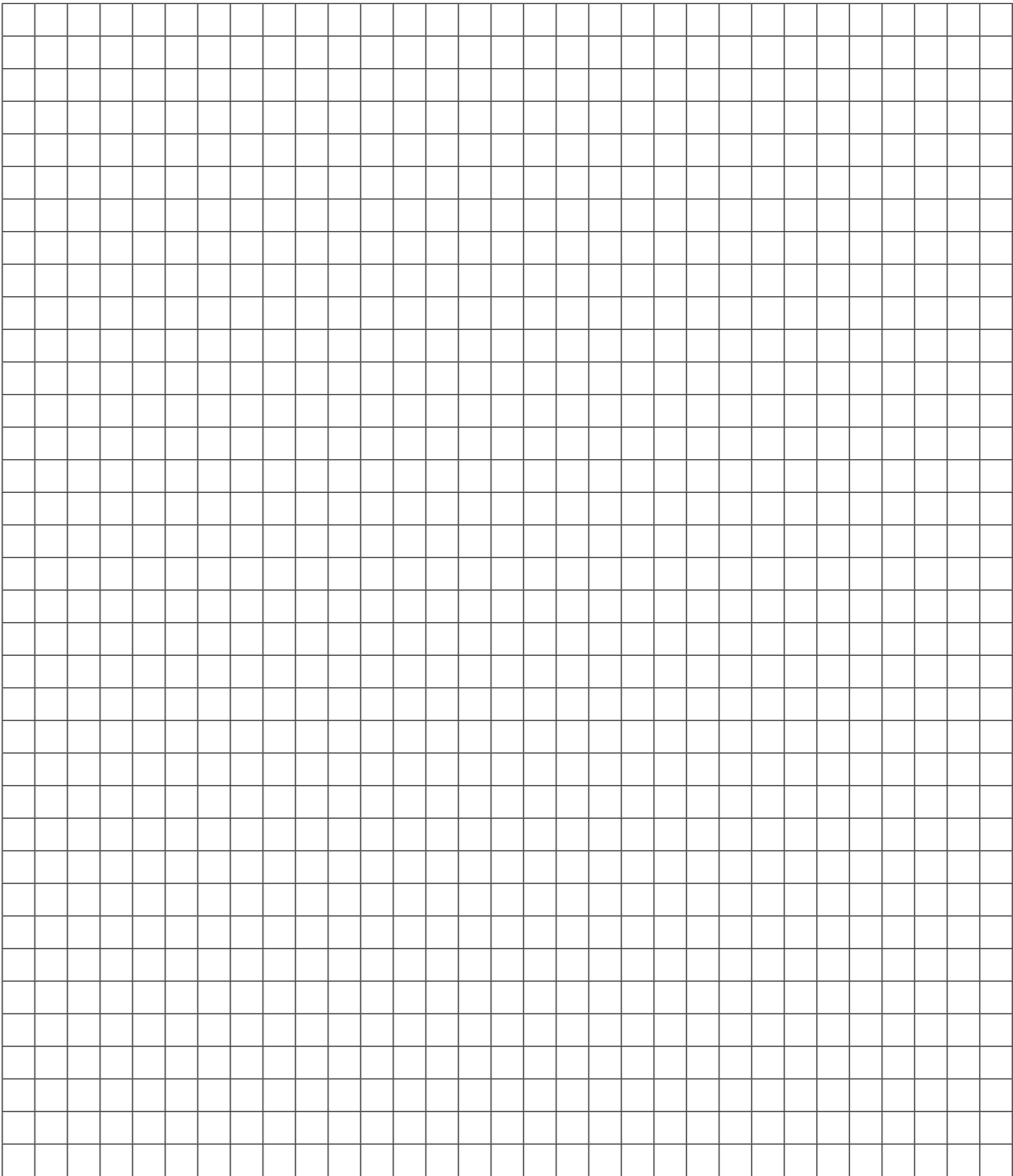
Zadanie 8. (0–3)

Długości boków czworokąta wypukłego $ABCD$ wynoszą: $|AB| = a$, $|BC| = 2a$, $|CD| = b$, $|AD| = 2b$.
Wykaż, że jeśli pole czworokąta $ABCD$ jest równe $a^2 + b^2$, to jest on prostokątem.



Zadanie 9. (0–3)

Dany jest trapez $ABCD$, w którym kąty ABC i BCD są proste, $|\sphericalangle DAB| = 60^\circ$, $|AB| = 2$ oraz $|BD| = \sqrt{3}$.
Wyznacz długość odcinka AC .



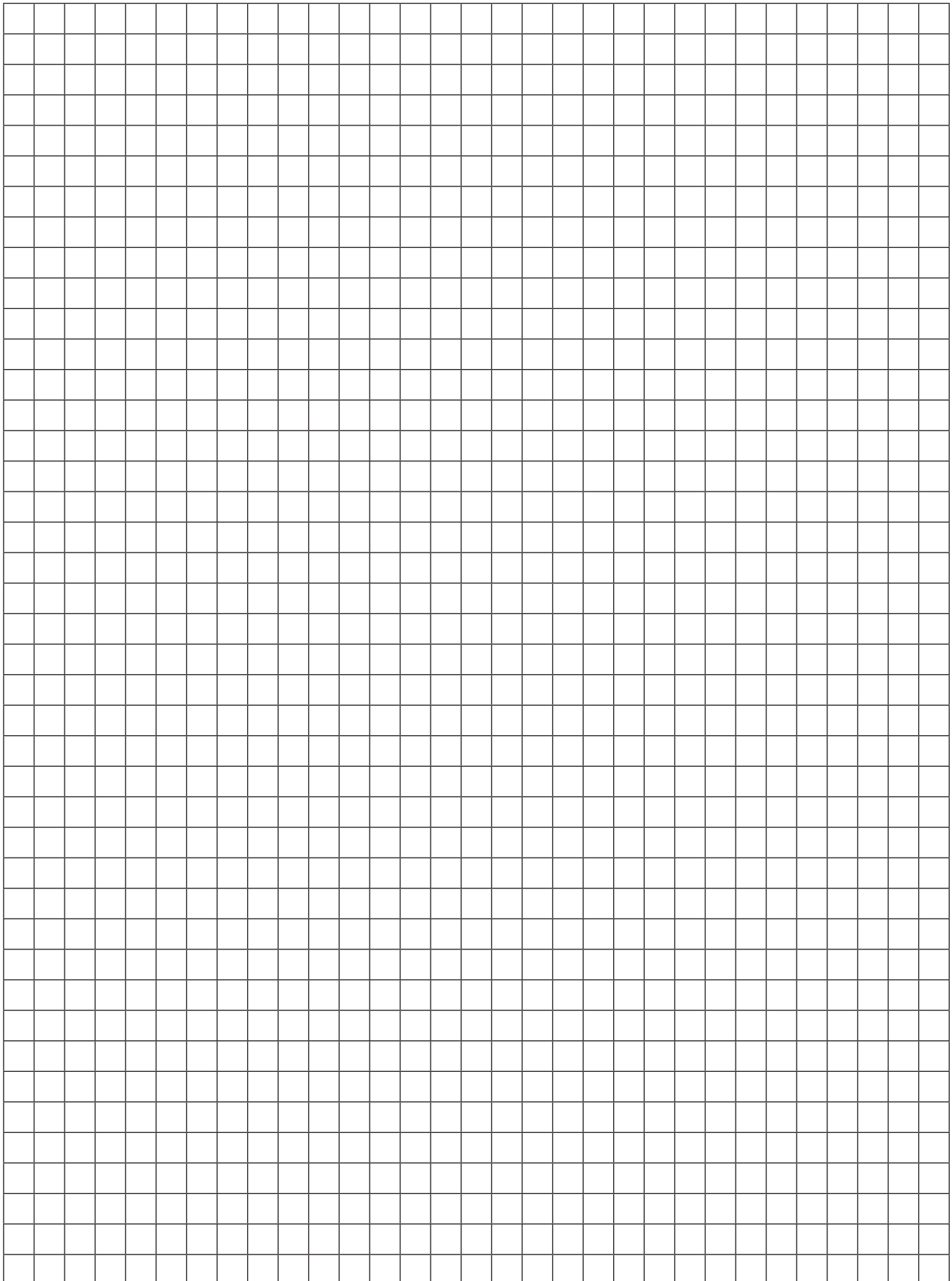
Odpowiedź:

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	8	9
	Maks. liczba pkt	3	3
	Uzyskana liczba pkt		

8 z 20

Zadanie 12. (0–4)

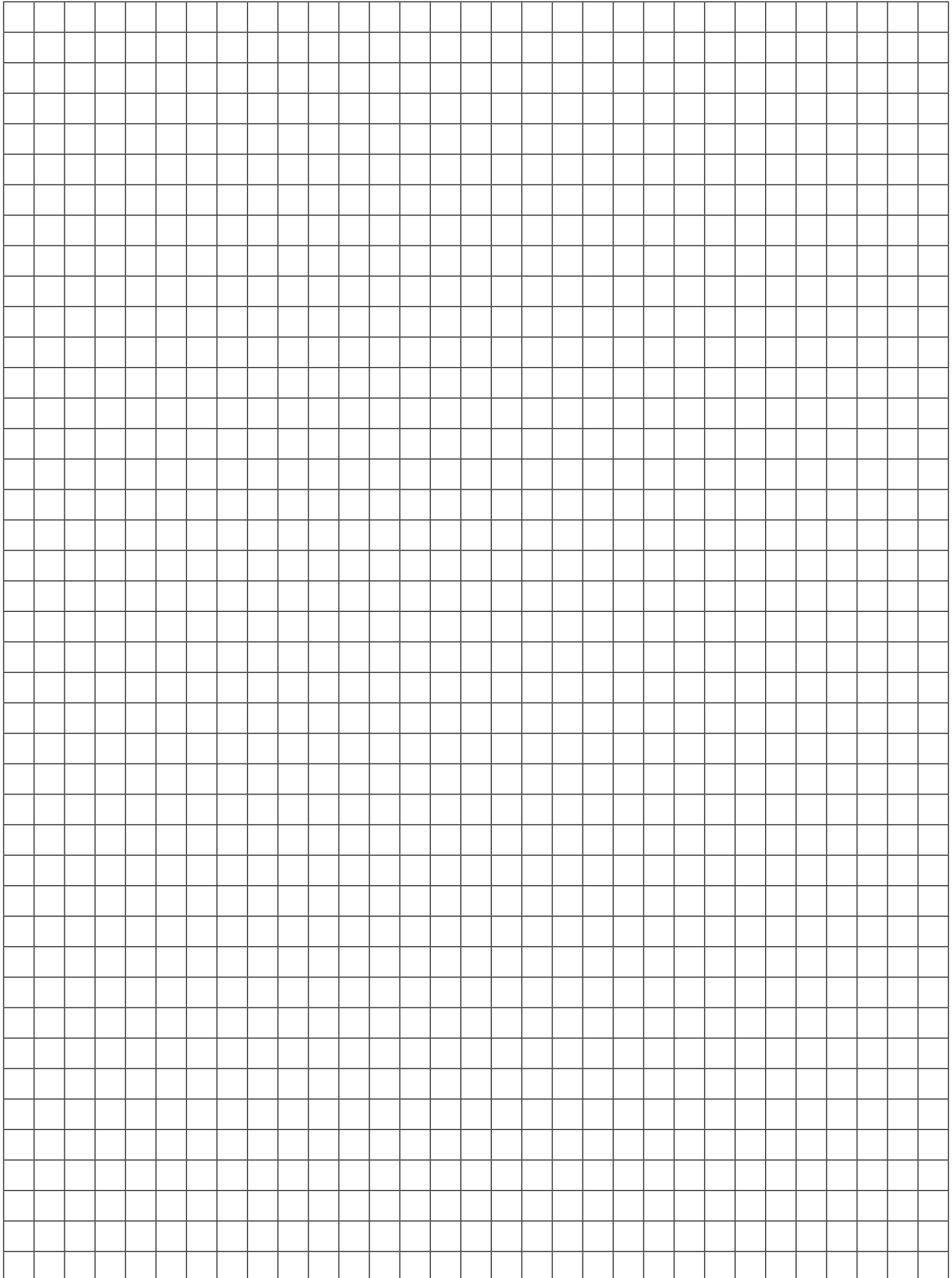
Jednokładność f o środku w punkcie X przekształca punkt $A = (3, 2)$ na punkt $A' = (4, 6)$ oraz przeprowadza punkt $B = (-3, 3)$ na punkt $B' = (-8, 8)$. Znajdź równanie okręgu, którego obrazem przy jednokładności f jest okrąg o równaniu $(x - 8)^2 + (y - 2)^2 = 4$.



Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	12
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 13. (0–5)

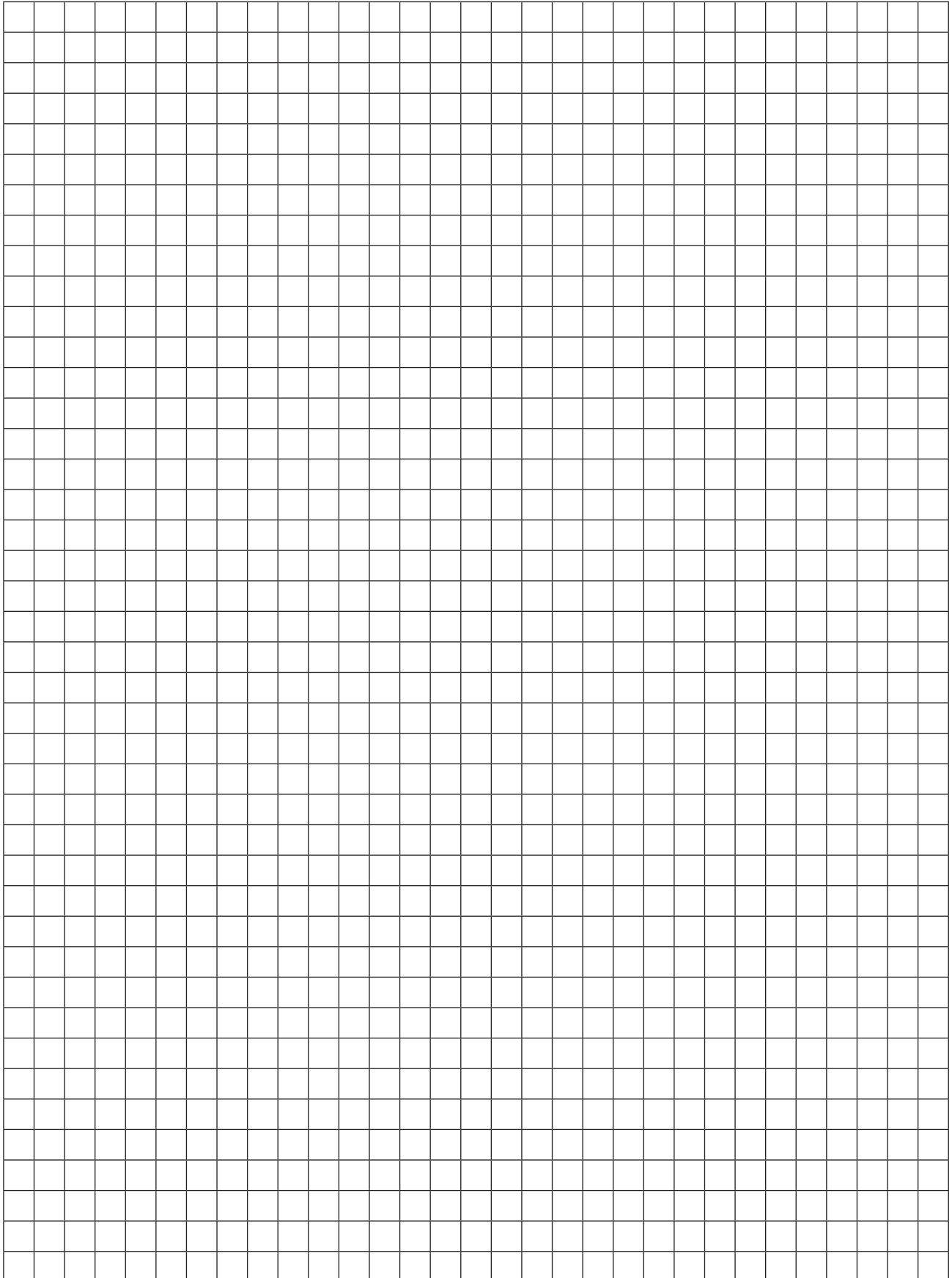
Wyznacz wszystkie wartości parametru $m \in \mathbb{R}$, dla których równanie $(1 - m)9^x + 4 \cdot 3^x = m + 2$ ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste.



Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	13
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 14. (0–5)

Dany jest trójkąt ABC o polu równym 5, gdzie $A = (5, 3)$ oraz $B = (1, 0)$. Prosta zawierająca wysokość trójkąta ABC ma równanie $y = 2x - 7$. Wyznacz współrzędne punktu C .

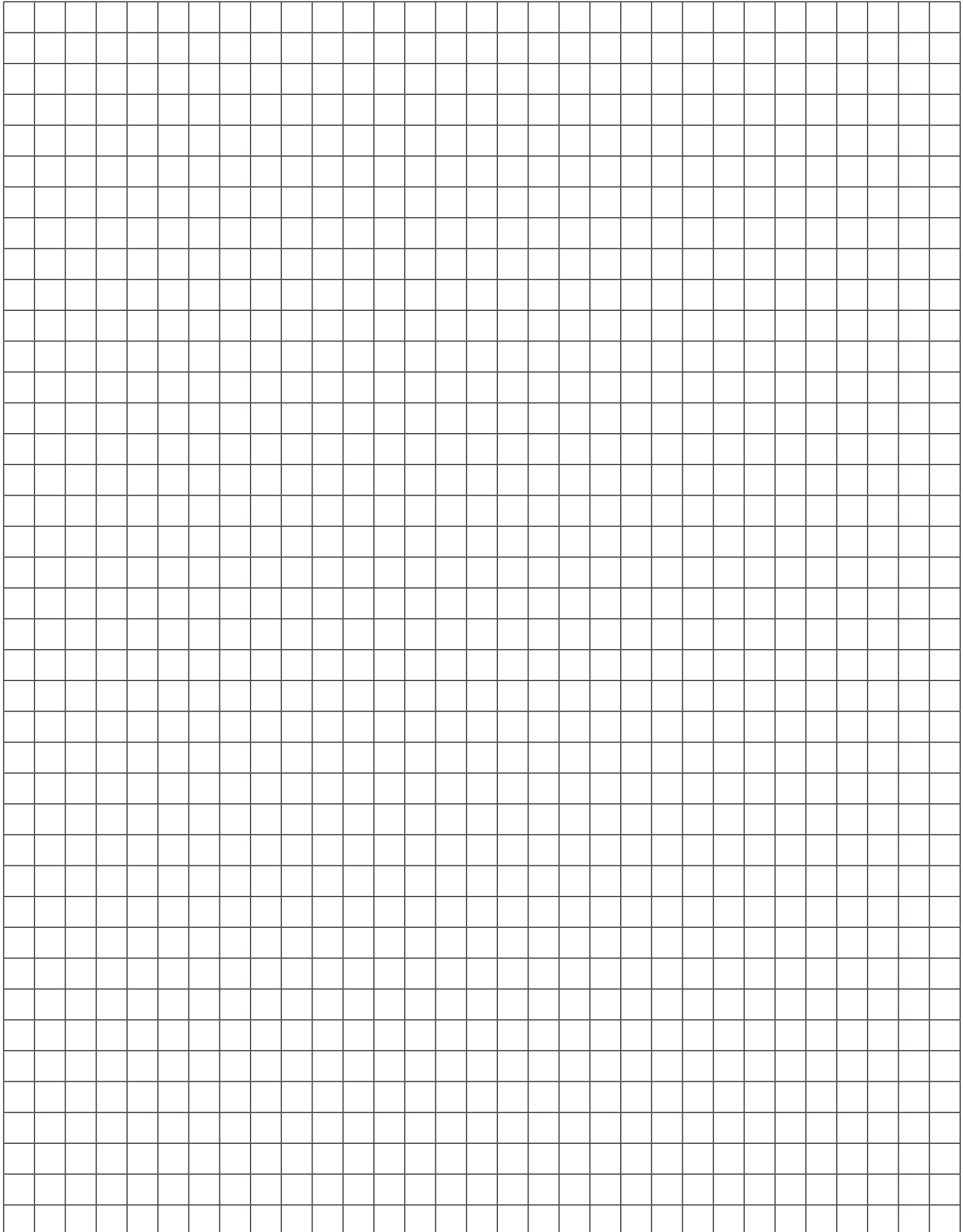


Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	14
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 15. (0–6)

Para liczb (m_0, n_0) jest rozwiązaniem układu równań
$$\begin{cases} m + n = 2 \\ m - n = \frac{-2}{p+1} \end{cases}, \text{ gdzie } p \neq -1.$$

- a) Wyznacz wzór funkcji $f(p) = \frac{m_0}{n_0}$, podaj jej dziedzinę i zbiór wartości.
- b) Napisz równanie stycznej do wykresu funkcji f w punkcie $P(-3, f(-3))$.

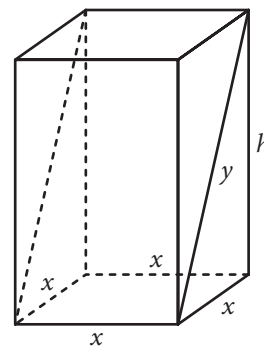


Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	15
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 16. (0–7)

Niech x będzie liczbą dodatnią. Rozpatrujemy wszystkie prostopadłościany spełniające następujące warunki:

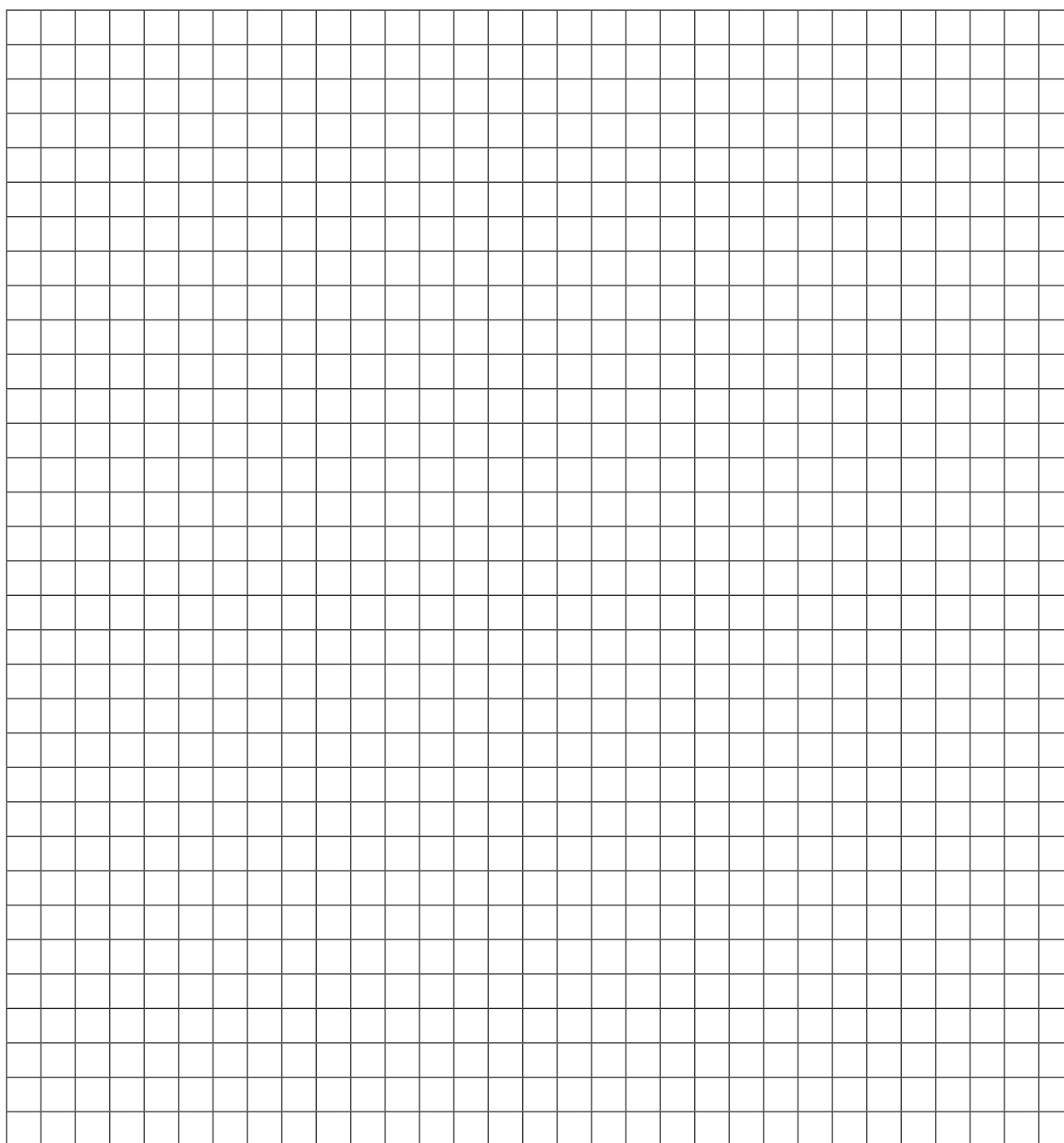
- (1) podstawą prostopadłościanu jest kwadrat o boku długości x ,
- (2) pole (prostokątnego) przekroju prostopadłościanu płaszczyzną zawierającą krawędź podstawy i przekątne dwu ścian bocznych jest równe $\sqrt{3}$ (patrz rysunek).



Zapisz kwadrat objętości tego prostopadłościanu jako funkcję zmiennej x .

Wyznacz wszystkie wartości $x > 0$, dla których istnieje prostopadłościan spełniający drugi warunek.

Znajdź długości krawędzi tego spośród rozpatrywanych prostopadłościanów, którego objętość jest największa.



Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	16
	Maks. liczba pkt	7
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

